ABC, 8 de Marzo de 2021
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Víctor M. Manero

En esta nueva entrada del ABCdario de las matemáticas presentamos la solución al reto planteado la semana anterior

En esta nueva entrada del ABCdario de las matemáticas presentamos la solución al reto planteado la semana anterior

Girard Desargues nació en Lyon en 1591. Poco se conoce de su juventud, pero las obras que escribió durante su madurez lo han llevado a ser considerado uno de los padres de la geometría proyectiva. La **geometría proyectiva** es ligeramente diferente a la geometría a la que estamos acostumbrados y se fundamenta en los dos principios siguientes: por un lado, por cada par de puntos pasa una única recta; y todo par de rectas se cortan en un punto.

Ya está, no hay más. Pero a pesar de la aparente simpleza de estos principios cabe destacar que el segundo principio fuerza a introducir un punto en el que se corten cada par de rectas paralelas, este punto se conoce con el nombre de punto del infinito. En una de las obras conocidas de Desargues, '**Brouillon projet d'une Atteinte aux événements des rencontres du cone avec un plan**', ya aparece el uso del punto del infinito y la dualidad punto-recta.

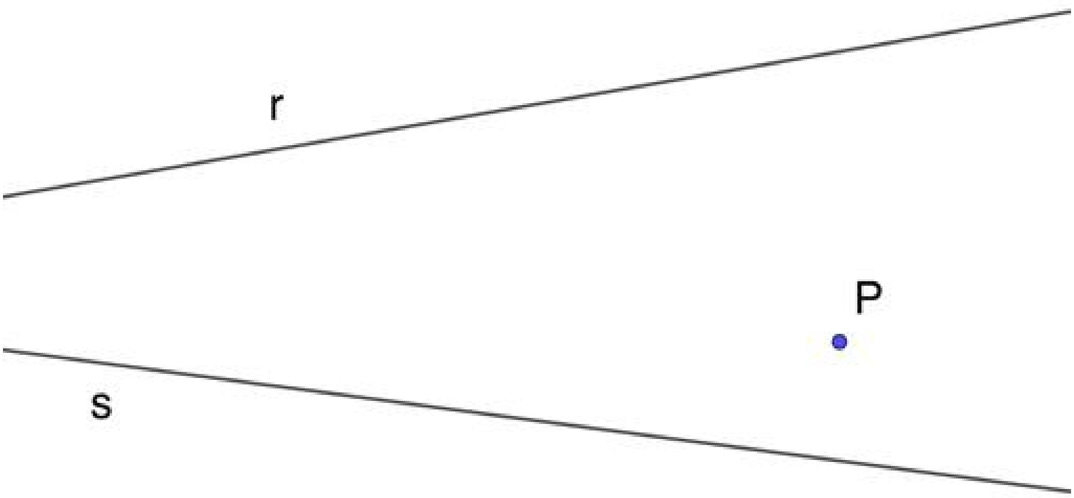
Esto último se conoce también como principio de dualidad y se basa en el hecho de que los fundamentos básicos de la geometría proyectiva son simétricos, es decir, intercambiando las palabras 'recta' por 'punto' y el verbo 'pasar por' por 'cortarse en' obtenemos los mismos principios básicos (el primero pasa a ser el segundo y el segundo pasa a ser el primero). Este hecho hace que cualquier teorema proyectivo produzca otro resultado igualmente válido sin más que hacer los cambios ya descritos punto-recta.

Pero vamos a lo que nos ocupaba, el reto planteado la semana anterior en el artículo ' Un reto muy geométrico '.

La solución al reto

El enunciado del reto decía que:

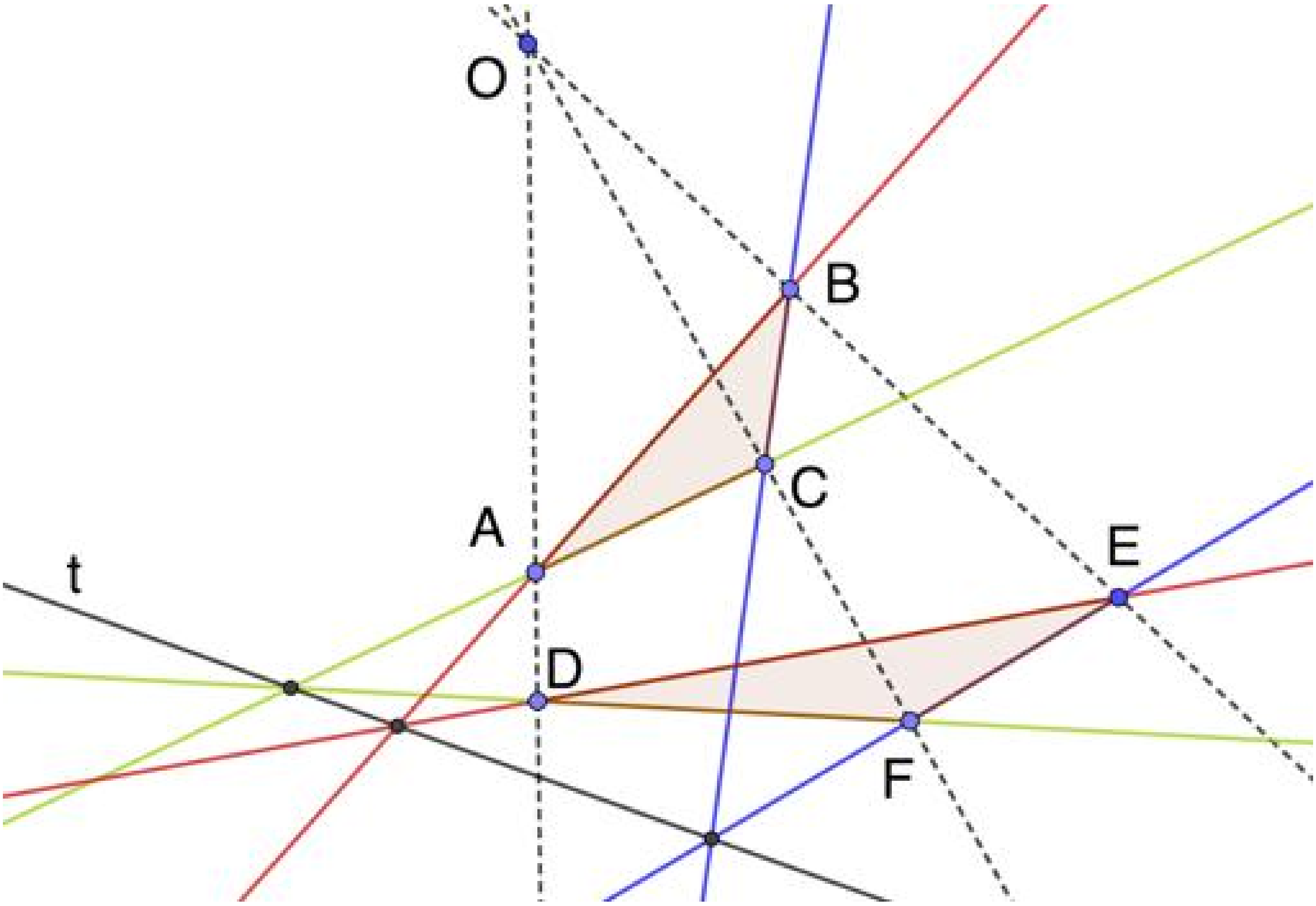
«Dadas dos rectas r y s que son secantes (pero cuyo punto de corte no es accesible) y dado también un punto P exterior a ambas rectas, utiliza el Teorema de Desargues para dibujar la recta que pasa por P y por el punto de corte de las dos rectas r y s».



Recordemos que el Teorema de Desargues lo podíamos enunciar como sigue:

«Dados dos triángulos ABC y DEF las rectas AD, BE y CF se cortan en un mismo punto sí y sólo si los tres puntos que resultan de la intersección de los pares de rectas (AB, DE), (AC, DF) y (BC, EF) están alineados»

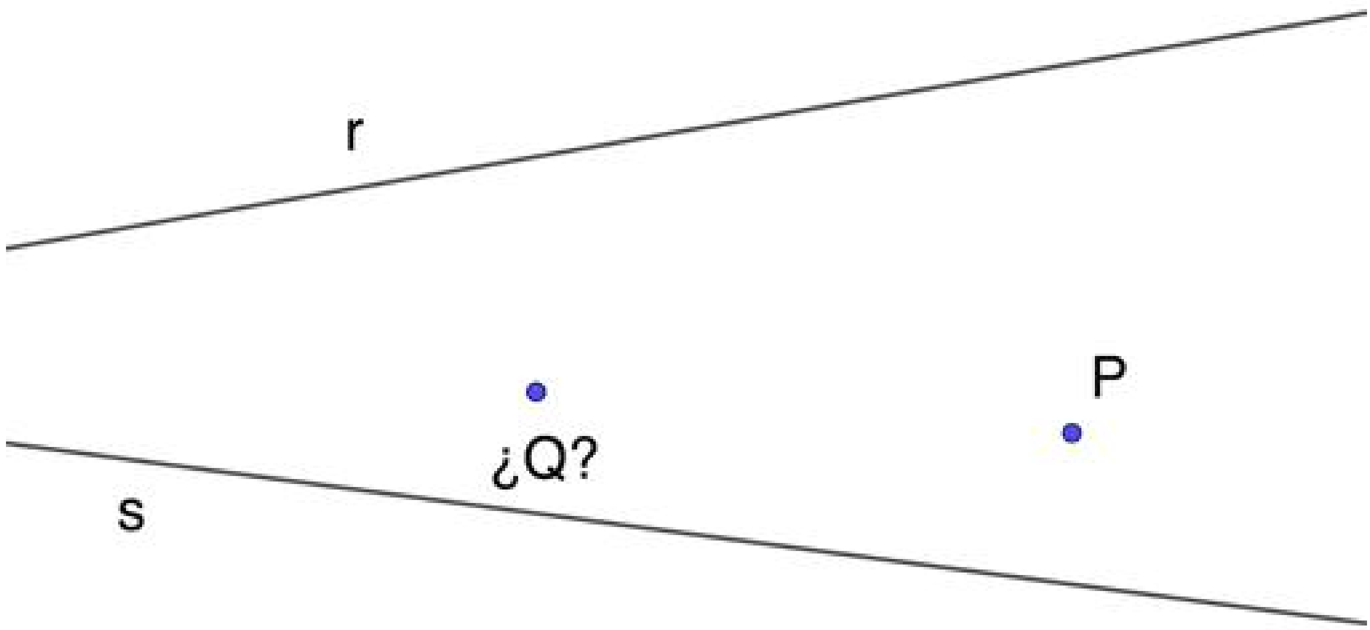
y se puede representar este Teorema del modo siguiente:



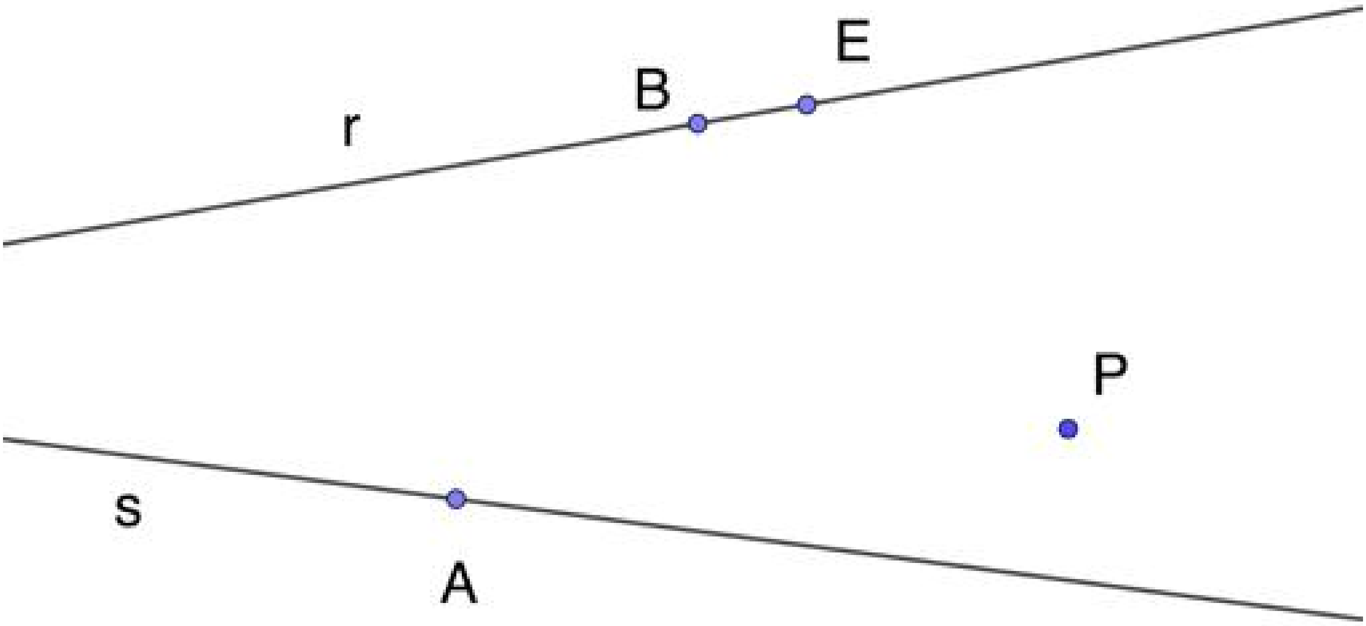
Por lo tanto, el resultado en cuestión nos viene a decir que el hecho de que las rectas AD, BE y CF se corten en un mismo punto, que hemos llamado O, es equivalente a que los tres puntos que surgen de la intersección de los pares de rectas (AB, DE), (AC, DF) y (BC, EF) están en una recta, que hemos llamado t.

La solución

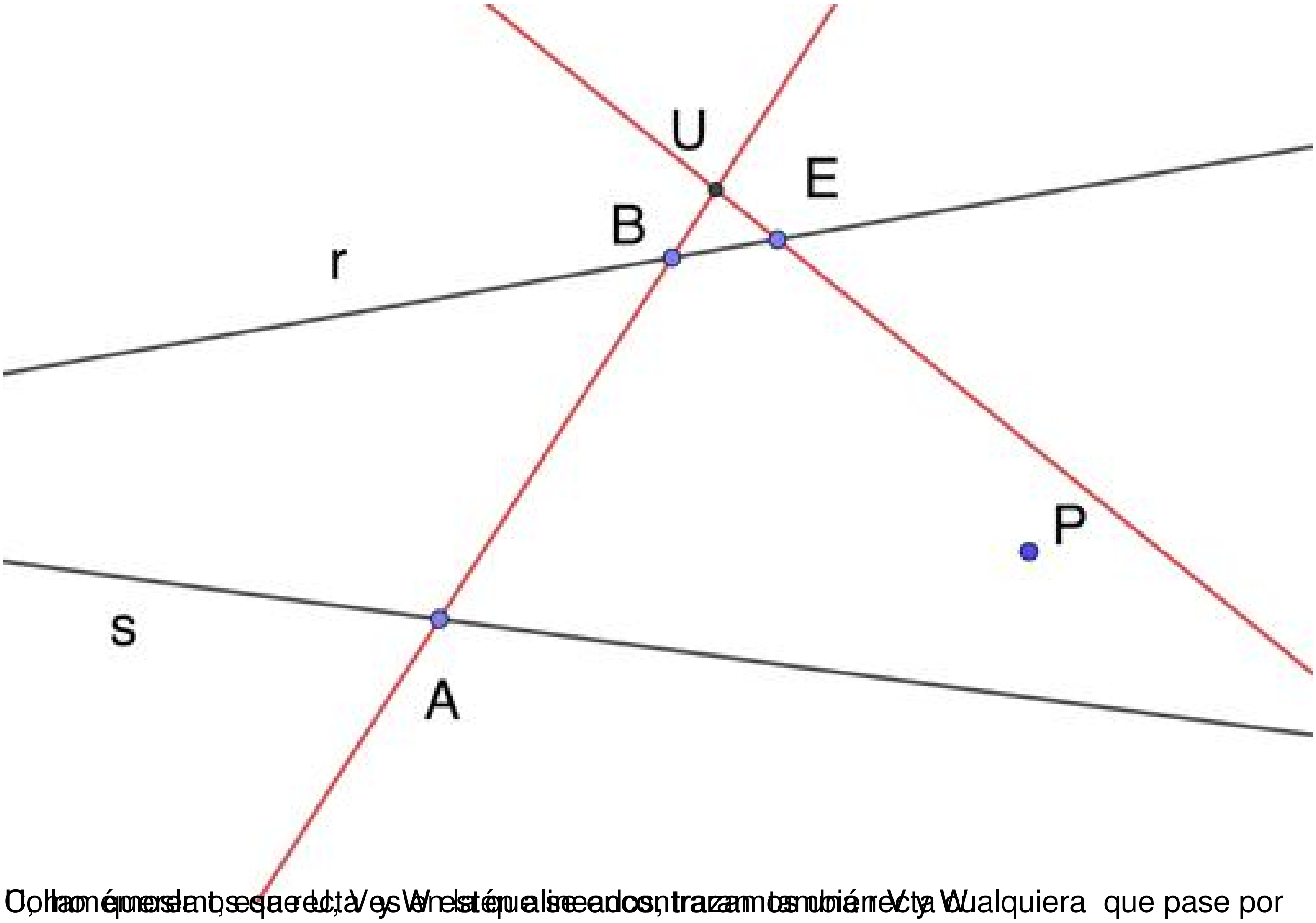
Nuestro objetivo es encontrar un punto, llamémosle Q, de modo que las rectas r, s y PQ se corten en un mismo punto.



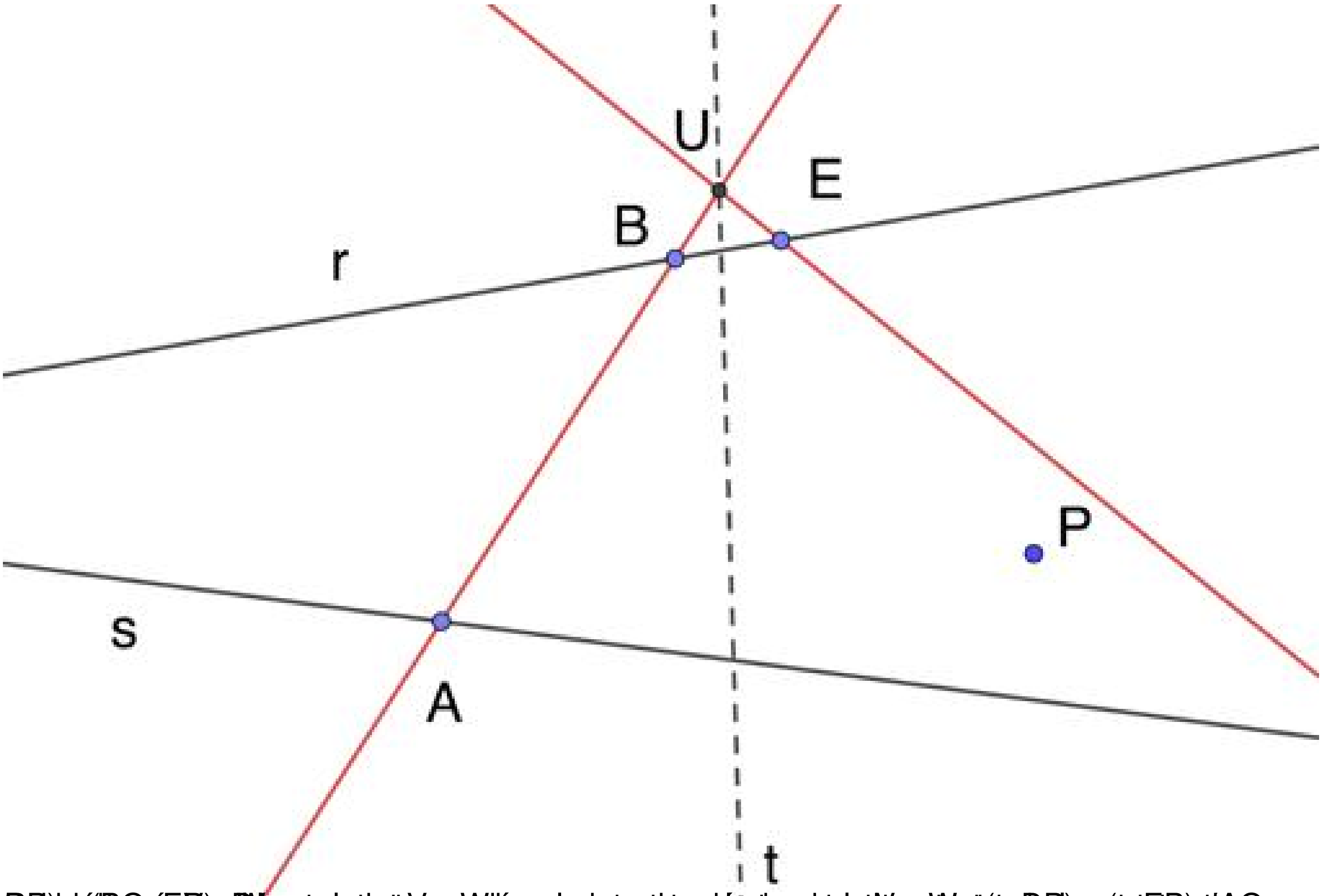
Puesto que nos queremos apoyar en el Teorema de Desargues vamos a intentar describir esta situación en la forma descrita por dicho teorema. Para ello, escogemos al azar dos puntos en cada una de las rectas r y s, llamémosles A, B, D y E.


E
B
r
P
s
A

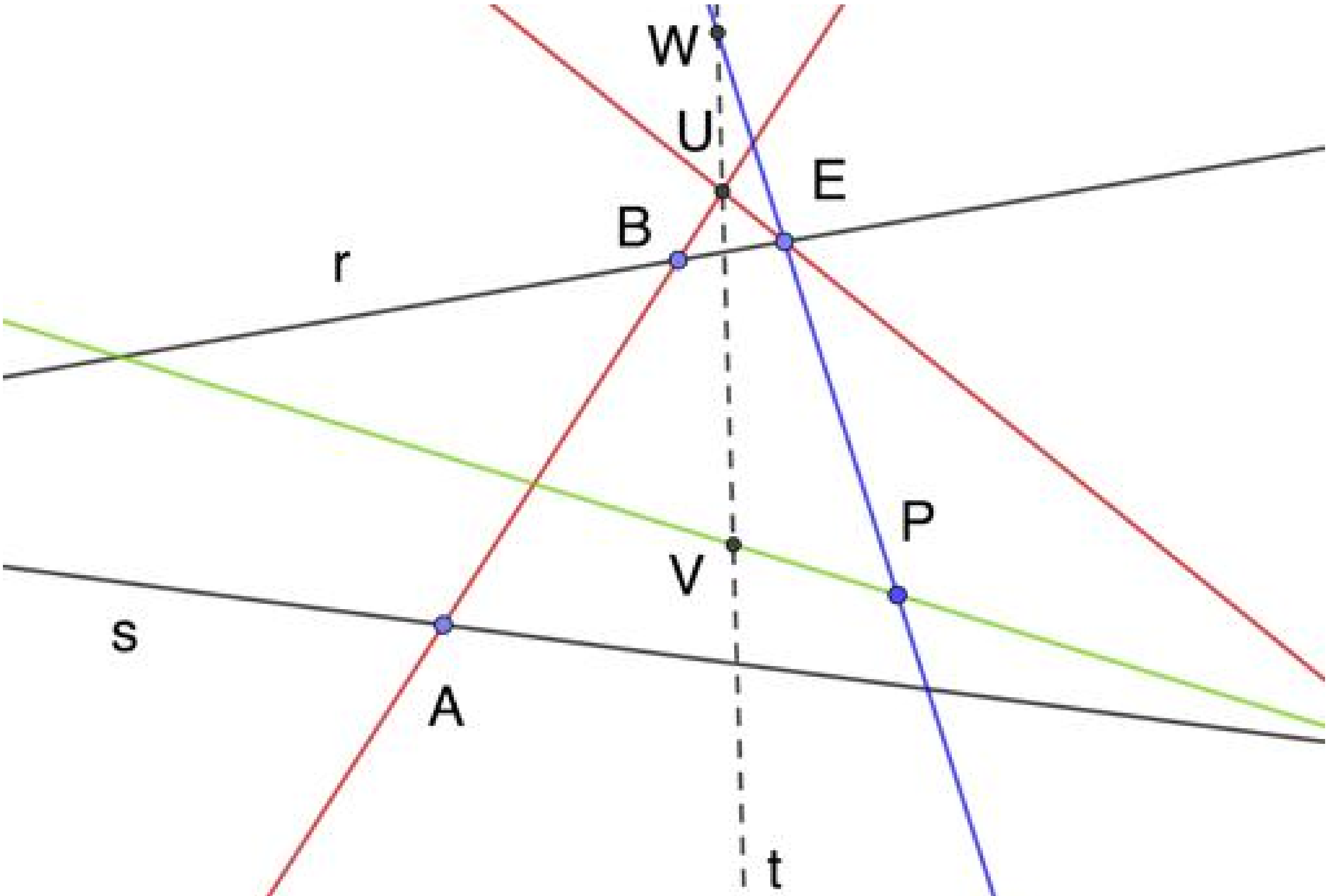
[illegible]



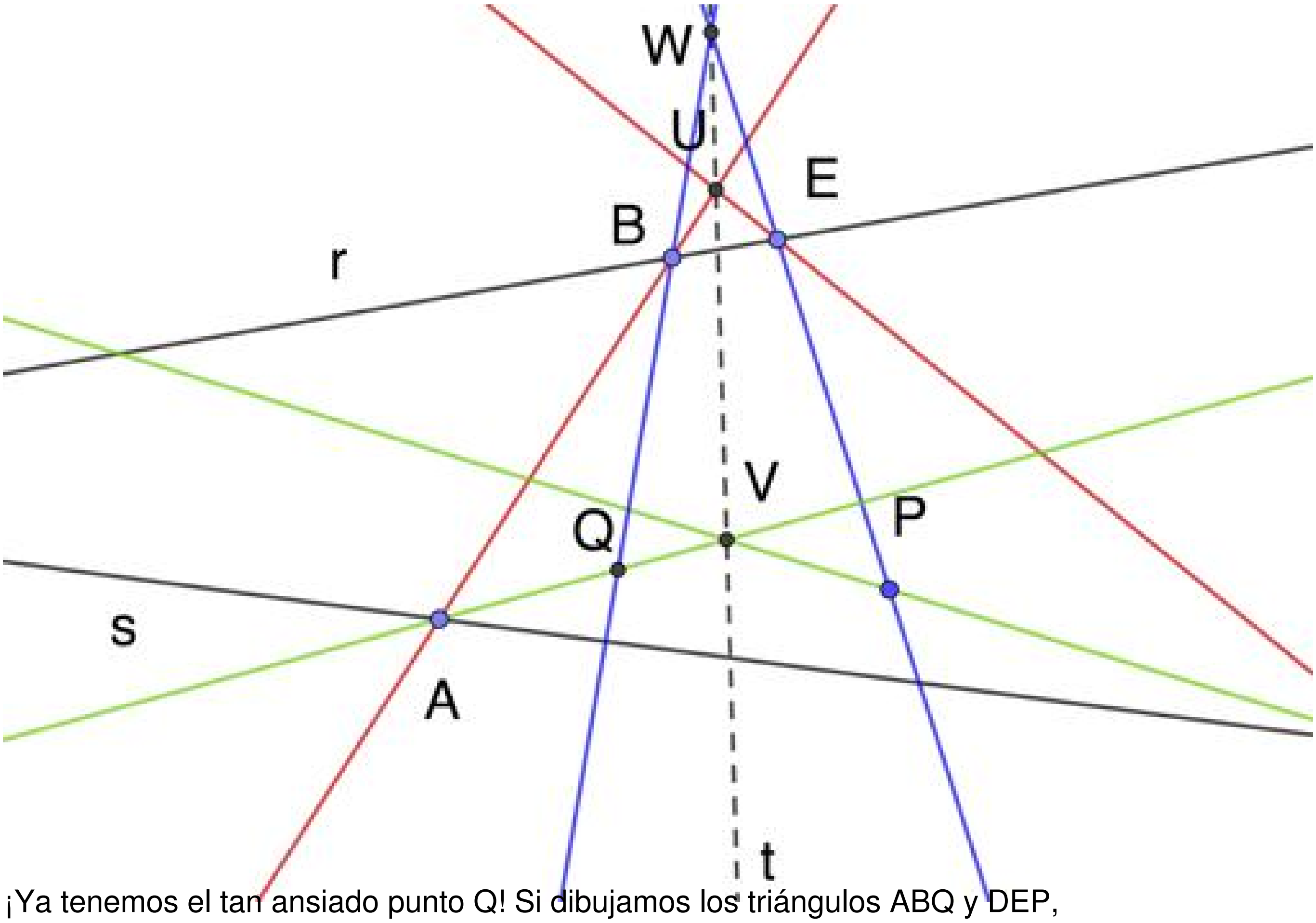
Como queremos que U, V y W estén alineados, trazamos una recta cualquiera que pase por
U, llamémosla t, esa recta es en la que se encontrarán también V y W.


U
E
B
r
P
s
A
t

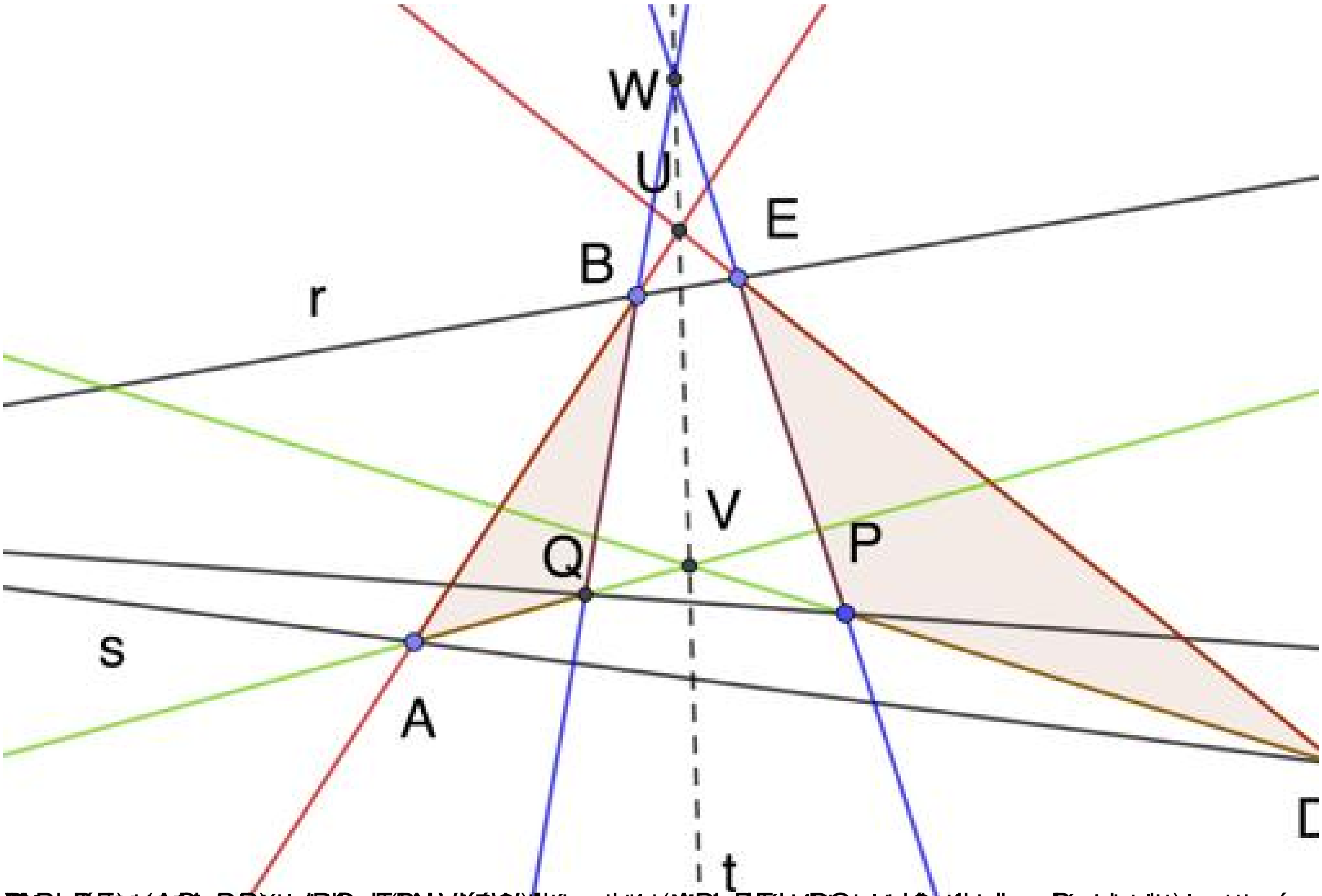
[illegible]



[illegible], en



¡Ya tenemos el tan ansiado punto Q! Si dibujamos los triángulos ABQ y DEP,



Matemática Española (RSME) … *Real Sociedad*