ABC, 4 de Abril de 2022
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

El razonamiento para resolver las matemáticas recreativas del profesor Rodríguez Vidal

Adobe Stock

Cada uno tiene sus manías, y entre las mías está el intentar no dejar cabos sueltos, es decir, aclarar las cuestiones que se han ido planteando en artículos pasados y no se han dado respuesta. Entre ellas se encuentran las cuestiones planteadas en la reseña sobre los libros de matemática recreativa del profesor Rodríguez Vidal.

Comentábamos en ella la difusión que hizo de la Aritmética Práctica y Especulativa, de Juan Pérez de Moya, publicado en Salamanca en 1562. Este tratado es el primero conocido hasta la fecha conteniendo situaciones de matemática recreativa editado en España, con bastante retraso respecto a otros países (el célebre 'Liber abaci', de Leonardo de Pisa, Fibonacci, de temática similar, fue publicado en 1202, tres siglos antes), lo que hacía que muchas de las cosas que en él se contaban, fueran ya antiguas antes de que alguien las leyera.

No obstante, Pérez de Moya trata de resultar ameno al lector, y describe muchos de los 'trucos' matemáticos dentro de relatos, leyendas, asuntos cotidianos (por eso hay muchos relacionados con el comercio) y va variando las formas literarias, a veces en forma narrativa, otras en forma de diálogo. Este libro fue muy popular (como se ha comentado, se publica en

1562 y hasta final de siglo, menos de cuarenta años, se hacen cuatro ediciones), seguramente por su carácter enciclopédico y las cualidades expositivas que hemos indicado

Además el texto es claro y bien organizado. Fue conocido fuera de España, y alabado por autores relevantes, como el flamenco Simon Stevin.

La cuenta de la vieja

Seguramente todos hemos oído alguna vez esta expresión, para indicar que algo se hace de un modo muy rudimentario. El origen de esta expresión no se sabe, pero, como nos indica Rodríguez Vidal, dada la amplia difusión del libro de Pérez de Moya, bien pueda referirse al siguiente diálogo que mantienen dos de los personajes de su libro (uno defensor de las matemáticas y otro detractor):

Antimaco: *Bien veo, señor Sofronio, que las razones alegadas concluyen en parte contra mi opinión, más con todo esto no dejaré de replicar lo que siento, concediendo lo que es razón de conceder. Yo bien confieso que tenga ventaja el Aritmético artificial a otro cualquiera que esta arte no sepa, en la facilidad y presteza de contar, más quién quita que lo que él contare en poco tiempo con sus números no lo cuente yo despacio, siquiera con unos cantos, o contando con los dedos, o como hacía una vieja, de quien aún el otro día me contaron: y si todos fuesen como aquella, poca necesidad había en el mundo de la Aritmética.*

Sofronio: *¿Qué hacía, por vuestra vida?*

Antimaco: *Acaeció que esta vieja quiso un día feriar cierto ganado que tenía, la cual después que hubo averiguado el precio que por cada cabeza le habían de dar, se asentó a la puerta por do el ganado había de salir, y demandaba primeramente le pagasen una cabeza, y después que estaba pagada, mandaba que la sacasen, y luego comenzaba de nuevo a hacer cuenta de otra, y así en las demás, cosa cierto apartada de todo engaño.*

En estos diálogos, se dejan caer 'píldoras' de sabiduría popular, la mayor parte muy acertadas. Les dejo dos de ellas, a modo de ejemplo: «Ninguna cosa es tan fácil, que no sea dificultosa, si se hace de mala gana». O esta otra: «El arte no se da para engañar, sino para excusar el engaño».

Aclarando las cuestiones propuestas

Una de las cosas que me molestaba cuando leía los libros de divulgación y matemática recreativa era que, en muchos ejercicios propuestos, simplemente se da la solución final, sin ningún tipo de razonamiento o aclaración de cómo se ha obtenido.

Seguramente no había ninguna mala intención en ello, más bien economizar el número de páginas, o que el lector pensara (aunque para algunos me consta que podía ser frustrante).

No obstante, Rodríguez Vidal se encuentra entre los autores que más soluciones detalla. Sin embargo, las cuestiones que les dejé propuestas en el artículo previo, no aparecen explicadas, solo su solución final. No sé cuántos pensaron en ellas (si lo hizo alguno; debo recordar que saber cosas de matemáticas está muy bien, pero el objetivo final de esta disciplina es pensar en situaciones problemáticas, intentar resolverlas y, si es posible, lograrlo). Les muestro el razonamiento que yo he utilizado para encontrar sus soluciones.

Precio absurdo: *Un propietario tiene 60 melones, y dio 50 de ellos a un mozo y 10 a otro. Y mandó que vendiese primero el que llevaba 50 melones, y luego al mismo precio y modo, vendiese el que llevaba 10 melones, y trajese doble dinero el segundo que el primero.*

De acuerdo a las condiciones que se nos imponen (los dos mozos deben tener las mismas condiciones de venta), y que hay una evidente desproporción entre los melones que lleva el primero (50) frente a los del segundo (solo 10), y aun así, el segundo debe recaudar el doble que el primero, es claro que no es posible vender cada melón al mismo precio, que hay que venderlos por 'paquetes'. Por ejemplo, hacer lotes de varios melones a un precio, y cuando no sea posible hacer más lotes (porque el resto que nos queda, no llegan a completar un lote), venderlos individualmente. En esa venta de uno en uno, es donde el segundo mozo debe superar al primero para obtener el doble de recaudación. Para ello, deben quedarle sueltos más melones que al primer mozo.

Imaginemos que hacemos lotes de tres melones (de dos no puede ser, porque al ser 50 y 10, los lotes serían exactos, no sobrarían melones para vender individualmente). En ese caso:

Primer mozo: 16 lotes de tres melones y le sobran 2 (porque $16 \times 3 + 2 = 50$)

Segundo mozo: 3 lotes de tres melones y le sobra solo 1 (porque $3 \times 3 + 1 = 10$)

Al sobrarle menos melones al segundo mozo (el que tiene que recaudar el doble) que al primero, esos lotes no van a servir para cumplir las condiciones de su amo. Con este ejemplo queda claro (yo creo) el procedimiento: tenemos que dividir 50 y 10 por todos los números entre 3 y 9 (más no, porque el segundo mozo no tiene más que 10 melones), y quedarnos con aquel divisor que nos de mayor resto para el segundo que para el primero. Es inmediato ver que eso se logra al dividir por 7 (o sea, hacer lotes de 7 melones). En ese caso,

Primer mozo: 7 lotes de siete melones y le sobra 1 ($7 \times 7 + 1 = 50$)

Segundo mozo: 1 lote de siete melones y le sobran 3 ($1 \times 7 + 3 = 10$)

Ahora debemos fijar a qué precio hay que vender los lotes y los melones individuales que sobran. Llamemos p al precio del lote, y q, al de los melones que restan. Entonces cada mozo obtendría (pongamos como moneda el euro, por ejemplo; en el siglo XVII serían escudos, o maravedíes, o lo que fuera, eso nos da igual):

Primer mozo: $7p + q$

Segundo mozo: $p + 3q$

Como el segundo debe recaudar el doble que el primero, entonces,

$$2(7p + q) = p + 3q$$

Simplificando llegamos a que 13p = q. Cualesquiera valores para p y q que cumplan esa relación, verificarán las condiciones del patrón de los mozos. Pero tampoco podemos poner una diferencia muy grande entre el lote y los melones individuales, porque sería absurdo (es decir, si p = 2, q = 26, tendríamos que siete melones los venderían por 2 euros y los individuales que sobran a 26 euros cada uno). Por tanto, lo más "razonable" (que también es un tanto disparatado) es que p = 1, q = 13, o sea, vender el lote de 7 melones a 1 euro, y los sobrantes a 13 euros la unidad (dejaríamos los más grandes para el final, pero, aun así, las diferencias son notables). Con ello el primer mozo regresaría con 20 euros, y el segundo con 40.

Siguiendo un razonamiento similar, el lector no tendrá problema alguno en resolver la primera cuestión, que es muy similar:

Exigencia cumplida (antiguo problema oriental, difundido también desde el Renacimiento): *Un propietario agricultor repartió a tres criados suyos 120 limones, dándole a uno 60, a otro 40 y a otro 20. Luego, los envió a tres mercados distintos, dándoles orden de que los vendiesen en los tres a un mismo precio. Pero asimismo les exigió que trajesen los tres el mismo dinero por la venta. Como esto les pareció imposible a los criados, le dio a cada uno un ejemplar de un mismo cartel anunciador de los precios, para que se cumpliese la primera condición, y este cartel era tal que también se cumplía la segunda.*

La solución es vender lotes de siete limones al precio de un euro el lote. Concluidos los lotes, los limones restantes se venderían a tres euros cada uno.

Números circulares

Para finalizar propusimos resolver el siguiente criptograma

```
        A M O R
        A M O R
    ---------------
* * * * A M O R
```

[illegible]

```
       O6
       O6
    ---------
 (6O+3)  6
   6O
```

[illegible]

```
            M76
            M76
        ----------
        (6M+4) 56
 (7M+5)    3    2
         6M
```

[illegible] Matemática Española (RSME) [illegible] Real Sociedad [illegible]