Un problema clásico de matemática recreativa está basado en la leyenda del famoso historiador judío Flavio Josefo.

Durante la rebelión judía contra Roma en el siglo I d.C., 40 judíos se encontraron acorralados en una cueva. Para evitar ser atrapados y convertirse en esclavos, prefirieron la muerte y decidieron formar un círculo, matándose entre ellos: el primero mataba al segundo y pasaba el arma al tercero, quien mataba al siguiente, y así sucesivamente, hasta que quedara uno solo, quien se suicidaría. Josefo rápidamente calculó el lugar que ocuparía el último superviviente, ocupó dicho lugar y escapó a la muerte.

Dejo que deduzcas por ti mismo el lugar que ocupó Flavio Josefo para librarse de la muerte (como última alternativa, encuentra aquí la solución).

Con una baraja de cartas puede simularse el problema de Josefo mediante la llamada **mezcla australiana**
, que ilustraremos con el siguiente efecto de magia:

PREDICCIÓN A LA AUSTRALIANA

1. Selecciona una víctima (quiero decir, un colaborador), y entrégale las cartas del as al ocho, para
2. Devuelve las cartas al espectador y pídele que realice la llamada **mezcla australiana**, que consiste en lo siguiente:

- Con las cartas cara abajo, se pasa la carta superior a la parte inferior del paquete.
- La actual carta superior se deja sobre la mesa.
- Se repiten los dos pasos anteriores, carta superior a la parte inferior, carta siguiente sobre la mes
- El proceso termina cuando queda en la mano una sola carta.
  [Observa la similitud de este proceso con el utilizado por Flavio Josefo y sus compañeros.]

- Al final, muestra la predicción y comprueba que coincide con la única carta que tiene el espectad

El juego puede repetirse con un número diferente de cartas. Debes practicar bien antes de realizarlo pues requiere algunas operaciones mentales.

El juego consiste en lo siguiente:

1. Busca una baraja de cartas y pide a un espectador que nombre un número arbitrario. Dicho
2. Cuenta, una a una sobre la mesa, caras arriba, tantas cartas como el número que ha seleccion

- Busca el equivalente en notación binaria del número elegido por el espectador (pongamos por ej
- Traslada la primera cifra a la última posición (quedaría en nuestro ejemplo 1011).
- Calcula la representación decimal del número obtenido (en este caso 1011 corresponde a 11).
- Recuerda la carta que ocupa dicho lugar en el montón de cartas que vas dejando sobre la me

- Recoge el montón de cartas. Anuncia que harás una predicción y escribe en una hoja de papel
- Realiza la llamada **mezcla australiana** , que consiste en lo siguiente:
- Con las cartas cara abajo, se pasa la carta superior a la parte inferior del paquete.
- La actual carta superior se deja sobre la mesa.
- Se repiten los dos pasos anteriores, carta superior a la parte inferior, carta siguiente sobre la me
- El proceso termina cuando queda en la mano una sola carta.

- Comprueba que la carta de la mano es la carta que habías predicho anteriormente.

Nota: Un método más sencillo para saber la carta que debes recordar es el siguiente:

- Calcula la diferencia entre el número indicado por el espectador y la potencia de dos más próxima a dicho número (en el ejemplo citado, 13 - 8 = 5).
- Multiplica por dos dicho número y suma uno al resultado (con lo que se obtiene 5 · 2 + 1 = 11). Dicho valor corresponde a posición de la carta que debes recordar.
- Si el número indicado por el espectador ya es una potencia de dos, la primera carta será la que debes recordar.

Si se te ocurre una explicación de este juego, te propongo que nos lo comuniques para darlo a conocer a todos los aficionados a esta página.

SOLUCIÓN

Se puede probar fácilmente que, si el número de personas es 2^n, la primera de ellas será la última en eliminarse. Basta observar que, en la primera fase, se eliminan todas las personas que ocupan un lugar par. Al renumerar las restantes, se obtiene un grupo con 2^{n-1} personas a las que se puede aplicar el mismo proceso anterior. Cuando sólo quedan dos personas, es evidente que se elimina la número dos y queda la primera.

Una sencilla variación de este argumento permite demostrar que, si se trata de un grupo de $2^n + k$ personas, eliminamos en primer lugar las colocadas en las posiciones 2, 4, ..., 2k, para llegar a un grupo con 2^n personas y ahora la primera de ellas es la que ocupaba inicialmente el lugar 2k + 1.

En nuestro caso, como $40 = 2^5 + 8$, la posición que debe ocupar el superviviente será $2 \times 8 + 1 = 17$.