Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Martes 01 de Marzo de 2011 11:40

Una de las frases que un mago escucha más a menudo es *"¡Eres mago!, no me apostaría nada contigo."* Esto significa que existe la creencia de que los magos conocen técnicas con las que tienen ventaja en los juegos de azar o bien son capaces de hacer trampas indetectables para públicos profanos. Casi nadie sospecha que los magos pueden utilizar en su provecho, de forma más o menos disimulada, las propiedades matemáticas que se esconden en algunos juegos de azar. Uno de estos juegos, sin aparente ventaja para ninguno de los participantes, es el que comentaremos en esta entrega.

El llamado **juego de Penney**, cuyo nombre se debe al matemático **Walter Penney** (quien lo planteó en forma de problema el año 1969 en la revista *Journal of Recreational Mathematics*), consiste en lo siguiente:

-

Dos jugadores seleccionan una sucesión de resultados, de tamaño prefijado, de lanzamientos de una moneda. Digamos que, al iniciar el juego, ambos jugadores acuerdan que la longitud de la sucesión sea tres y que el jugador A elige la sucesión CCX y el jugador B elige la sucesión XCC (donde "C" representa cara y "X" representa cruz).

-

A continuación, se lanza sucesivas veces una moneda y se anotan los resultados en el orden en que aparecen.

-

Gana el jugador cuya sucesión sea la primera en salir en el orden elegido y de forma consecutiva. Por ejemplo, si los resultados del lanzamiento de la moneda son CXCXCC, ganará el jugador B porque los tres últimos términos de la sucesión son XCC, que es su combinación elegida y aún no ha aparecido la sucesión CCX.

Lo curioso del juego es que no existe una jugada que gane a todas las demás. Por lo tanto, sea cual sea la jugada elegida por el primer jugador, el segundo jugador puede elegir otra jugada mejor. Así pues, si se juega una nueva partida y el jugador A elige la sucesión que había elegido previamente el jugador B, éste puede elegir otra sucesión con más probabilidades de éxito.

Esta propiedad de no-transitividad, poco común en los juegos de azar, ya la comentamos en otro artículo de esta sección (matemagia 45: todos ganan a todos) y aquí vamos a explicar la estrategia ganadora para este juego.

Para el caso más común de sucesiones de longitud tres, las ocho posibles elecciones de cada jugador junto con las probabilidades de que gane el jugador B se detallan en el siguiente cuadro:

B	A	CCC	CCX
CCC	**1/2**	**2/5**	**1/8**

CCX	**1/2**	**2/3**	**1/4**
CXC	**3/5**	**1/3**	**1/2**
XCC	**7/8**	3/4	**1/2**
CXX	**3/5**	**1/3**	**1/2**
XCX	**7/12**	**3/8**	**1/2**
XXC	**7/10**	**1/2**	**5/8**
XXX	**1/2**	**3/10**	**5/12**

De lo anterior se deduce que la mejor elección del jugador B será la que corresponde al mayor valor en cada columna (sombreado en la tabla anterior).

En la tabla siguiente se muestran dichas jugadas: cada elección del jugador A (primera columna), admite una jugada mejor del jugador B (segunda columna) con probabilidad de ganar indicada en la tercera columna.

Primer jugador	Segundo jugador	Comparativa de ganancias a favor del segundo	
CC	C		
CC	X		
CX	C		
XC	C		
CX	X		
XC	X		
XX	C		
XX	X	X	CC
X	CC		
C	CX		
X	XC		
C	CX		
X	XC		
C	XX		
C	XX	7 a 1	
3 a 1			
2 a 1			
2 a 1			
2 a 1			
2 a 1			
3 a 1			
7 a 1			

Una manera sencilla de recordar cuál es la secuencia que debe seleccionar el segundo jugador es la siguiente: el primer símbolo será el valor opuesto al segundo símbolo elegido por el primer jugador; los dos últimos valores serán los dos primeros valores, en el mismo orden, de la secuencia elegida por el primer jugador (subrayados en la tabla anterior).

No es difícil interpretar los valores de la tabla anterior. Por ejemplo, en la primera fila, el primer jugador sólo ganará cuando los tres primeros resultados del lanzamiento de la moneda sean CARA-CARA-CARA. Si sale CRUZ en cualquiera de los tres primeros lanzamientos, el primer jugador no ganará: antes de salir tres caras habrán salido dos y, junto a la cruz anterior, la secuencia ganadora será XCC.

Una interesante variación del juego, apropiada para demostrar las habilidades precognitivas del mago, es la propuesta por **Steve Humble** y **Yutaka Nishiyama** y consiste en sustituir la moneda por una baraja de cartas y cambiar los resultados cara o cruz por roja o negra. Una posible presentación del experimento sería la siguiente.

MARCHA DEL JUEGO

1.

Entrega una baraja de cartas a un espectador para que la mezcle y la deje sobre la mesa, caras abajo. La baraja debe ser francesa, porque nos fijaremos en los colores de las cartas.

2.

Pide al espectador que anote en una hoja de papel una secuencia de colores formada por tres valores, a su elección. Supongamos que elige la secuencia *roja-negra-negra*. Escribe tú en otra hoja otra secuencia de colores. En nuestro ejemplo, escribirás
roja-roja-negra
(siguiendo las instrucciones que hemos descrito al principio).

3.

Explica ahora que irás mostrando las cartas, en el orden que han quedado después de la mezcla, anotando sus colores, hasta que aparezca alguna de las secuencias elegidas previamente.

4.

Cada vez que aparezca una de las secuencias, se retiran las cartas utilizadas y se empieza de nuevo, es decir se van girando cara arriba una a una las cartas siguientes y se anotan sus colores hasta que vuelva a aparecer una de las secuencias elegidas.

5.

La partida termina cuando se hayan utilizado las 52 cartas de la baraja. Ganará quien haya conseguido que su secuencia aparezca más veces.

En promedio, cada partida tendrá alrededor de siete resultados y, debido a la ventaja que ofrece el conocer de antemano la "apuesta" del espectador, es muy probable que ganes siempre. La tabla siguiente muestra las probabilidades de ganancia de cada jugador.

Primer jugador	Segundo jugador	Probabilidad de que gane el primer jugador	Probabilidad de que gane el segundo jugador
NNN	RNN	0,11%	99,49%
NNR	RNN	2,62%	93,54%
NRN	NNR	11,61%	80,11%
RNN	RRN	5,18%	88,29%
NRR	NNR	5,18%	88,29%
RNR	RRN	11,61%	80,11%
RRN	NRR	2,62%	93,54%
RRR	NRR	0,11%	99,49%

Comentarios finales

1. La naturaleza poco intuitiva de esta propiedad puede conducirnos a paradojas, como la siguiente:

   Supongamos que participan en el juego cuatro jugadores. Digamos que A elige la secuencia XXC; el jugador B, que conoce la estrategia, elige la secuencia CXX; el jugador C, para ganar a B, elige la secuencia CCX; por último, el jugador D tendrá que elegir la secuencia XCC. Esto alegra al jugador A pues observa que su jugada es mejor que la del jugador D, la cual era mejor que la del jugador C, y así sucesivamente. ¿Quién ganará la partida?
2. Un programa de ordenador que realiza simulaciones del juego se puede encontrar en la página web http://www.haverford.edu/math/cgreene/390b-00/software/CoinFlip.html
3. El siguiente video http://www.youtube.com/watch?v=IMsa-qBIPIE muestra al mago *Brian Brushwood* realizar el juego en público.
4. Como no podía ser de otra manera, este y otros ejemplos de fenómenos no transitivos han sido objeto de estudio por **Martin Gardner** en su libro *"Viajes por el tiempo y otras perplejidades matemáticas"*, donde recopila artículos aparecidos en la revista *"Scientific American"*. No dejes de consultar en el libro citado el sorprendente algoritmo que inventó John Conway para determinar las probabilidades de ganar el juego según las diferentes elecciones de cada jugador.

Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)