Escrito por Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)
Viernes 01 de Noviembre de 2013 16:00

Una especialidad de la magia matemática, de la que no hemos tratado con profundidad en este rincón, consiste en realizar operaciones aritméticas de forma prácticamente instantánea. De hecho, la acepción "matemagia" se ha utilizado tradicionalmente para definir ciertos experimentos numéricos con los que demostrar gran capacidad para el cálculo y rapidez mental. Han pasado más de 80 años desde la publicación, en 1930, del libro de Royal Vale Heath titulado precisamente Mathemagic . Incluso Walt Disney nos dejó en 1959 un fantástico episodio de dibujos animados con el título " Donald en el país de la Matemagia ", como anticipo del método audiovisual de divulgación de las matemáticas.

Lo más común en esta disciplina es ver a un mago rellenar rápidamente un cuadrado mágico con ciertas limitaciones establecidas por el público: lo más reciente en el mercado, que yo conozca, son los juegos del televisivo Luis de Matos – The magic square – y del psicólogo Richard Wiseman – The grid –, pretendiendo que el mago no necesita memorizar nada ni realizar ningún cálculo para poder hacer el cuadrado.

Pero también es bastante usual observar cómo un autodenominado mentalista realiza rápidamente sumas de varios números señalados por uno o más espectadores. Recientemente, en el número de septiembre de 2013 , mostramos un ejemplo de esta situación. Otra de las habilidades que sorprenden, y con razón, es la de calcular de forma casi inmediata el día de la semana correspondiente a cualquier día de cualquier mes de cualquier año, como enseñamos en el número 38 de nuestro rincón, abril de 2007 .

Han alcanzado gran prestigio en esta especialidad personajes como Arthur Benjamin , Alberto Coto y Jaime García Serrano . Grandes matemáticos de la historia también destacaban por su gran capacidad memorística (una interesante relación aparece en la wikipedia). Repasemos algunos episodios más o menos significativos.

Es bastante popular ¿la leyenda?, ¿la anécdota?, ¿el hecho histórico? que atribuye a Gauss (1777-1855) el cálculo instantáneo de la suma de los primeros cien números a la edad de 10 años, aunque la historia contada por E.T. Bell en su excelente libro Men of Mathematics es un poco distinta. También es conocido ¿el episodio?, ¿la leyenda?, ¿la anécdota? sobre Ramanujan (1887-1920): estando ingresado en un hospital, recibe la visita de su mentor, Godfrey Hardy, quien le comenta que había llegado en un taxi con número bastante insípido, el 1729. Instantáneamente, el enfermo contesta que el número es muy interesante, ya que es el más pequeño que puede expresarse como suma de dos cubos de dos maneras diferentes:

$1729 = 1^3 + 12^3 = 9^3 + 10^3$.

La más divertida es la que se atribuye a John von Neumann (1903-1957), una vez que le plantearon el siguiente problema: *dos trenes se dirigen uno hacia el otro por la misma vía, a la misma velocidad de 60 Km/h. Cuando están a dos kilómetros de distancia, una mosca empieza a volar desde el extremo delantero del primer tren hasta el del segundo; cuando llega a su destino, regresa al primer tren por el mismo camino; sigue volando desde un tren hasta el otro hasta que los trenes chocan aplastando al insecto. Si la velocidad de la mosca ha sido constante e igual a 90 Km/h, ¿cuál es la distancia total recorrida por la mosca en su vuelo?*

Von Neumann dio rápidamente la respuesta correcta, que era 1,5 Km. Esto hizo suponer al amigo que había descubierto el truco: la mosca había estado volando tanto tiempo como el que los trenes habían tardado en chocar, es decir un minuto; como volaba a 90 Km/h, en un minuto había recorrido 1,5 Km. Sin embargo, según von Neumann, él había tenido en cuenta los infinitos recorridos de la mosca, ida y vuelta, ida y vuelta, etc., y sumado las infinitas distancias hasta dar con el resultado final:

$6/5 + 6/5^2 + 6/5^3 + ... = 3/2$.

Comentaremos brevemente un par de personajes históricos, menos conocidos, pero también muy representativos en esta especialidad.

Giacomo Inaudi (1867-1950), hijo de un pastor de ovejas, realizaba exhibiciones públicas desde los 6 años de edad. En 1892 se presentó en la Academia de Ciencias de París, ante un tribunal formado por Darboux, Poincaré, Tisseraut, Charcot y Binet. Allí le plantearon, entre otras, las siguientes cuestiones:

1. Hallar un número de cuatro cifras tal que la suma de sus cifras es igual a 16, la tercera cifra es el doble que la primera y la cuarta es igual a la tercera más el triple de la primera. Giacomo encontró la solución mentalmente en 1 minuto y medio.
2. Determinar un número cuya raíz cuadrada y cuya raíz cúbica difieran en 18 unidades. Aunque lo resolvió en 1 minuto y 57 segundos, por simple inspección se obtiene que la solución es 729.
3. Hallar tres números sabiendo que su suma es igual a 43 y la suma de sus cubos es igual a 17299. Este problema es más complejo pero Giacomo lo resolvió en un minuto.
4. Descomponer el número 13411 en suma de cuatro cuadrados. En algo más de tres minutos, dio tres soluciones:

$$13411 = 115^2 + 13^2 + 4^2 + 1^2 = 113^2 + 25^2 + 4^2 + 1^2 = 113^2 + 23^2 + 8^2 + 7^2.$$

Lebesgue, que estaba presente durante la prueba, dijo que él hubiera necesitado 15 días para resolver todos los problemas que le plantearon a Giacomo Inaudi.

Recientemente fallecida, Shakuntala Devi (1929-2013) fue conocida como "la computadora humana" y "la maga de las matemáticas": siendo una niña, demostró sus habilidades matemáticas en las universidades indias de Mysore y Annamalai. Su talento ha sido mencionado en el Libro Guinness de los Récords en varias ocasiones, por ejemplo cuando calculó mentalmente la raíz 23 de un número de 201 cifras y cuando calculó la raíz cúbica de 332.812.557 en cuestión de segundos. En su libro Mathability escribió que
"las matemáticas te dan un propósito, un objetivo, un foco que te ayuda contra la inquietud pero también te hacen más consciente, más alerta, más agudo, porque son una fuente constante de inspiración"
.

Si quieres conocer más historias de calculistas prodigiosos, te pueden interesar lo que han escrito Alberto Coto y José Manuel Reverte .

Es buen momento para dejar las historias y pasar a la acción. Aunque no tengas esa habilidad para el cálculo mental, seguro que puedes aprender algunos trucos sencillos y sorprender a personas de tu entorno. Una combinación adecuada de puesta en escena y fundamentos matemáticos te permitirá utilizar estos trucos como estrategia didáctica en diferentes niveles educativos o, simplemente, como entretenimiento provechoso. En algunos casos es aconsejable que expliques los trucos y llegues a sentir la satisfacción de lograr que alguien a tu alrededor olvide por un momento su enfermiza dependencia a las calculadoras.

La mayoría de las técnicas consisten en escribir el resultado de izquierda a derecha, contrariamente a los métodos académicos, donde las operaciones se realizan de derecha a izquierda. Algunas técnicas específicas son las siguientes:

-

Para multiplicar rápidamente cualquier número por 25, simplemente añade dos ceros al número y divides el resultado por cuatro. ¿Que te cuesta un poco al principio? Pues divide por dos y, nuevamente, divide el resultado por dos.

-

Para multiplicar por 11 un número cualquiera, escribe la última cifra del número, a su izquierda la suma de las dos últimas cifras, a su izquierda la suma de las dos cifras anteriores, y así sucesivamente; la primera cifra del resultado es igual a la primera cifra del número inicial. Si en algún momento, la suma de las dos cifras es mayor de nueve, escribe sólo la última cifra y suma 1 al resultado de la siguiente suma.

Por ejemplo, si queremos calcular 2582308x11, escribirás de derecha a izquierda los números 8, 0+8=8, 3+0=3, 2+3=5, 8+2=10, 1+5+8=14, 1+2+5=8, de modo que el resultado final es 28405388.

Cuando te hayas familiarizado con el procedimiento, trata de escribir el resultado de izquierda a derecha: la dificultad no es mucho mayor pero sí aumentará la impresión que cause tu habilidad.

-

Para calcular el cuadrado de un número de dos cifras que termina en 5, digamos $A5^2$, escribe el número cuyas primeras cifras son el producto de A por A+1 y las dos últimas cifras son 25.

Por ejemplo, para calcular 75^2, como 7x8=56, el resultado final es 5625.

-

Para elevar al cuadrado un número de dos cifras, escribe de derecha a izquierda las siguientes cifras:

1) calcula el cuadrado de la última cifra y escribe la última cifra del resultado, recordando la anterior;

2) multiplica las dos cifras del número, multiplica el resultado por dos y suma la cifra que llevabas; escribe la última cifra del resultado y recuerda las anteriores para la siguiente operación;

3) eleva al cuadrado la primera cifra del número, suma el número que llevabas y escribe el resultado.

Por ejemplo, para calcular 73^2, sigue el siguiente proceso:

1) 3x3=9;

2) 7x3x2=42;

3) 7x7+4=53.

El resultado final es 5329.

Otro ejemplo, si quieres calcular 48^2, el proceso a seguir es:

1) 8x8=64: la última cifra será un 4 y recuerdas el 6;

2) 4x8x2+6=70: la penúltima cifra es 0 y recuerdas el 7;

3) 4x4+7=23; las dos primeras cifras son 23.

Así pues, $48^2 = 2304$.

Otra técnica, que requiere más práctica pero permite realizar las operaciones de izquierda a derecha, la explica con todo detalle Arthur Benjamin en su libro " Secrets of Mental Math ". La idea básica consiste en recordar la fórmula

$$(x - a)(x + a) = x^2 - a^2$$

que permite despejar

$$x^2 = (x - a)(x + a) + a^2.$$

Basta elegir el valor de "a" para que uno de los factores termine en cero. Eso simplifica significativamente el producto. Como además ese producto termina en cero, es muy sencillo después realizar la suma.

Así, para calcular 73^2 se realiza primero el producto 76 x 70 = 70 x 70 + 6 x 70 = 4900 + 420 = 5320 y después la suma 5320 + 3^2 = 5329.

El segundo ejemplo es más sencillo: $48^2 = 50 \times 46 + 2^2 = 2300 + 4 = 2304$.

Si no tienes ganas/tiempo/valor para practicar estas técnicas, puedes apelar a la magia, con estos tres juegos muy efectivos, que puedes encontrar en otro clásico de la magia matemática, el libro "Math Miracles" de Wallace Lee, publicado en 1950. Busca un espectador, entrégale una calculadora y ten a mano una hoja de papel.

1.

Anuncia que puedes realizar la multiplicación relámpago del número 143 por cualquier número de tres cifras: escribe en el papel el número indicado por el espectador y, mientras él realiza la operación con la calculadora, escribe el resultado del producto. ¿Cómo? Mentalmente, duplica el número del espectador (es decir, escribe el número dos veces, una a continuación de otra) y divide el resultado por 7, lo cual es muy sencillo con el papel delante. Además, irás escribiendo las cifras de izquierda a derecha.

Por ejemplo, si eligen el número 371, divide por 7 el número 371371, cuyo resultado es 53053.

2.

Explica que puedes hacerlo más difícil todavía y realizar la multiplicación relámpago del número de nueve cifras 142857143 por cualquier número de nueve cifras. No todas las calculadoras podrán hacerlo pero, una vez anotado el número elegido por el espectador, rápidamente escribirás el resultado. ¿Cómo? Exactamente de la misma manera que el juego anterior.

Por ejemplo, para multiplicar 548236587 x 142857143, basta realizar la operación

548236587548236587/7 = 78319512506890941.

3.

Para finalizar la demostración de tu habilidad calculística, anuncia que eres capaz de multiplicar el número místico de 16 cifras 5882352941176470 por cualquier número comprendido entre 2 y 16. Como es un número cíclico (de hecho se trata de las cifras que forman el periodo del número 1/17), el resultado del producto tendrá las mismas cifras del número inicial, en el mismo orden, pero empezando en una cifra concreta y terminando siempre en cero. Para saber cuáles son las primeras cifras, multiplica mentalmente pero de forma aproximada el número dado por las dos primeras cifras, es decir por 58. El resultado te indicará por dónde empezar a escribir el producto.

Por ejemplo, si eligen el número 7, como 7x58=406, el producto empezará por 4 y la segunda cifra será pequeña. Al recorrer el número místico, encuentras las cifras 41, lo que permite asegurar que

5882352941176470 x 7 = 41176470588235290.

Otro ejemplo, un poco más difícil: si eligen el número 14, calcula 14x5=70. Como además 8x14=112, el producto debe empezar por un número mayor que 70+11. Busca el más próximo, en este caso 82, y escribe rápidamente el resultado

5882352941176470 x 14 = 82352941176470580.

Para ahorrarte esa operación inicial, que puede originar algún error, una buena idea sería tener oculta, pero a tu alcance, la tabla completa de números iniciales correspondientes a los distintos factores. Esta tabla es la siguiente:

2	3	4	5

11	17	23	29

Te dejo la satisfacción de descubrir la explicación de estos juegos. Una pista: 143 = 1001/7, 142857143 = 1000000001/7.

Pedro Alegría (Universidad del País Vasco)