1. Música, Matemáticas, Computación

La música es un fenómeno que siempre ha fascinado a investigadores de un amplio rango de disciplinas. La música es compleja, multidimensional y universal. La música se puede ver como un fenómeno del individuo, la sociedad y la cultura, como se estudia en la antropología [27]; también como un fenómeno físico, y como tal es abordado por físicos e ingenieros [4]; como un fenómeno de la mente, el cual es entonces objeto de estudio de la cognición musical [20 , 33 , 34]; como un fenómeno puramente musical, y entonces cuestiones tales como la melodía, el ritmo y la organización armónica son relevantes; o como un fenómeno afectivo, y entra en ese caso en el reino de la psicología [30 , 7].

Sin embargo, por larga que parezca esta enumeración, la música ha despertado el interés de investigadores de campos aparentemente muy alejados de ella tales como las matemáticas y la computación. El interés de las matemáticas por la música no es en modo alguno nuevo; se remonta a los griegos (por ejemplo, Pitágoras y su teoría de las proporciones para explicar la consonancia musical). Ese interés se ha renovado a lo largo de los siglos según las matemáticas han ido avanzando. Nuevo entendimiento en las matemáticas tarde o temprano ha conducido a nuevas interpretaciones de las estructuras musicales. Esto ha sido incluso más acusado en las últimas décadas. La música está llena de patrones y estructuras y esto inexorablemente ha atraído el interés de los matemáticos. Este interés, no obstante, no se debería entender como un deseo irrefrenable por encontrar patrones y estructuras en la música independientemente del objeto musical mismo. Esto proporcionaría una impresión injusta y equivocada de las matemáticas y sus métodos. En la investigación matemática hay un genuino interés por entender la naturaleza de la música. El lector puede encontrar una discusión razonada del alcance y propósito de las matemáticas y la computación en la música en [36]. Dado que los ordenadores permiten tales formidables formas de procesar los datos musicales, una importante cantidad de investigación matemática ha servido de fundamento teórico a la tecnología musical. Un subcampo importante de la tecnología musical es el MIR (music information retrieval o MIR, en sus siglas inglesas), que consiste

en el tratamiento computacional en todas sus formas de la música. El lector puede acudir a las siguientes referencias para ver conexiones entre matemáticas y música: [3] (para un panorama general); [9] and [12] (la geometría en la música); [25] (teoría de categorías); [2] (teoría de números). La lista no es única ni exhaustiva, como es de esperar; las referencias que contienen estas obras permitirá al lector profundizar aun más.

Durante los últimos años el uso del ordenador (las herramientas computacionales) en la investigación de la música han crecido espectacularmente, especialmente en MIR. Por ejemplo, Meinard [26] identifica cuatro grandes áreas las técnicas de procesamiento de la señal en MIR se han aplicado intensivamente a la música, a saber, la recuperación de archivos sonoros, la sincronización, el análisis de las estructuras musicales y el análisis de interpretaciones (aunque él mismo reconoce que “la lista apenas escarba bajo la superficie”). Sin embargo, estas técnicas no están pensadas para sustituir a los métodos tradicionales de investigación en música. Aunque es cierto que cuando el MIR se estaba estableciendo como disciplina se puso un énfasis excesivo en la computación per se, después de un tiempo la comunidad MIR entendió que un enfoque interdisciplinar era necesario para analizar la música en toda su complejidad. Hoy las técnicas computaciones se piensan como herramientas para asistir, complementar e incrementar el poder de análisis de las metodologías tradicionales, tanto en términos cuantitativos como cualitativos.

El número de aplicaciones de la tecnología musical que se pueden encontrar en la bibliografía es sencillamente espectacular; véanse el número de artículos presentados en ISMIR [11], la principal conferencia del campo para hacerse una idea de la gran variedad de resultados. Sorprendentemente, la mayor parte de esa investigación y sus aplicaciones se han hecho para la música occidental, bien música popular o música clásica de periodo de la práctica común. En 2010 Cornelis y sus coautores [6] estudiaron la situación y encontraron que el problema persiste (ya se había detectado el problema más de una década antes), y a pesar de la cantidad sustancial de investigación desarrollada en los últimos años, la investigación dirigida a entender los procesos de la música étnica (música no occidental y folclórica) es escasa y está dispersa. Los desafíos que supone la investigación en este tipo de música son significativos por las características musicales de las tradiciones en particular, las cuales son marcadamente diferentes de las occidentales.

Véase, por ejemplo, el proyecto CompMusic [32], financiado por el European Research Council y coordinado por Xavier Serra (Music Technology Group, Universitat Pompeu Fabra).

La investigación en tecnología musical no se ha centrado solamente en la música occidental, sino en la música escrita, y solo recientemente han empezado los investigadores a prestar atención a las tradiciones orales. En este respecto, es un ejemplo ilustrativo de esta situación. La música flamenca es una tradición no occidental, oral y con unas características musicales cuyo análisis requiere ciertamente un enfoque interdisciplinar. Una cuestión tan aparentemente simple como la transcripción no está resuelta en absoluto en la música flamenca, solo por nombrar un problema fundamental en análisis musical. Aun más, otros problemas igual de fundamentales en el flamenco están todavía abiertos o apenas tratados, tales como la similitud melódica y rítmica, la clasificación de estilos, la identificación de cantaores, entre otros.

En esta serie de artículos nos proponemos varios objetivos divulgativos. En primer lugar, como siempre en esta columna, mostrar las conexiones entre matemáticas y computación y la música. En segundo lugar, llamar la atención sobre el flamenco como objeto de estudio serio, tanto como lo puede ser la música del Barroco o el jazz. En tercer lugar, queremos dar a conocer los esfuerzos del grupo de investigación COFLA[15], que está formado por investigadores de varias disciplinas —y al cual pertenece el autor de estas líneas— cuyo objeto de estudio es la música. El grupo está financiado por el gobierno de Andalucía. Su objetivo es analizar el flamenco desde varias disciplinas. Para lograr este objetivo COFLA está compuesto por un equipo interdisciplinar que incluye expertos de disciplinas tales como la Musicología, Etnomusicología, la Historia, la Literatura, la Educación, la Sociología, pero también las Matemáticas, la Ingeniería y la Computación. Para obtener más información sobre la filosofía del grupo, véase la comunicación [10]. En la sección daremos una brevísima descripción musical del flamenco. En las secciones siguientes daremos algunos ejemplos del trabajo del grupo COFLA.

2. La música flamenca

La música flamenca es eminentemente individual y todavía una forma de música altamente estructurada. En efecto, por una parte existe una alto grado de improvisación y espontaneidad; por el otro, hay un organización extremadamente estable del material musical sin la cual la improvisación no funcionaría. La música flamenca es el resultado de la influencia mutua de

varias culturas a lo largo del tiempo, lo cual originó una combinación única de canto, danza y toque de guitarra. Ha recibido influencias de la cultura judía y árabe así como de la de los gitanos andaluces, quienes contribuyeron decisivamente a su forma tal cual la conocemos hoy. El lector puede consultar los libros de Blas Vega y Ríos Ruiz [5], Navarro y Ropero [29] y Gamboa [13] para un estudio extenso de las formas musicales, estilos e historia del flamenco.

Según Gamboa [13], la música flamenca se desarrolló principal a partir de la tradición vocal. Por tanto, el papel del cantante es predominante y fundamental en el flamenco. A continuación describimos las principales características del cante flamenco (siguiendo a [28]).

- Inestabilidad de las alturas. En general, las notas no se atacan claramente. Los portamenti o transiciones continuas entre sonidos son muy comunes.
- Cambios súbitos de volumen. Estos cambios se usan como recursos expresivos con mucha frecuencia.
- Ámbito melódico reducido. Esta normalmente reducido a una octava y se caracterizan por la insistencia en una nota y sus contiguas.
- Inteligibilidad de las voces. Las letras son importantes en el flamenco y, por tanto, la inteligibilidad es deseable. Por esta razón, las voces de tenor y barítono son las tesituras preferidas.
- Timbre. Las características del timbre varían dependiendo del cantaor. Como aspectos relevantes del timbre, destacamos la voz ronca o rasgada y la ausencia de los formantes de frecuencias altas.

El siguiente vídeo, con el genial Paco de Lucía, ilustra las características que acabamos de describir.

Como se usarán más tarde con fines ilustrativos, describiremos brevemente los cantes a palo seco (a capella) en el flamenco. Estos cantes constituyen un grupo de estilos muy importante dentro del flamenco. Son cantes sin acompañamiento, o en algunos casos con percusión. Desde un punto de vista musical poseen las siguientes características:

- Uso de grados conjuntos. El movimiento melódico ocurre casi siempre por grados conjuntos.
- Escalas. Ciertas modos tales como el modo frigio y jónico son predominantes. En el caso del modo frigio, la subida cromática del tercer y séptimo grados es frecuente.
- Ornamentación. Existe un alto grado de ornamentación, que es también muy compleja. Los melismas son uno de los recursos expresivos más importantes.
- Microtonalidad. El uso de intervalos menores que los del sistema temperado de la música clásica occidental es habitual.
- Escalas enarmónicas. Esto se refiere a las diferencias interválicas microtonales entre las notas enarmónicas.

Estas características no son exclusivas de los cantes a palo seco y se pueden encontrar en otros estilos flamencos. En el siguiente vídeo, vemos a Agujetas interpretar un cante a palo seco.

3. El grupo COFLA

El grupo COFLA tiene como objetivo principal el estudio interdisciplinar del flamenco. En esta sección presentamos algunos problemas en que trabaja el grupo y la metodología con que los aborda. Distinguiremos varias secciones que corresponden a temas generales e incluimos algunos problemas fundamentales a tratar que se generan de las propias tareas del grupo COFLA.

3.1. El problema de la transcripción

Como ocurre con frecuencia en las tradiciones orales, las transcripciones se suelen reducir a los instrumentos, en el caso del flamenco, a la guitarra. La voz normalmente no es transcrita y los cantaores aprenden de memoria los cantes bien de sus maestros, bien de los registros sonoros o de las actuaciones en vivo. Como tradición oral, los intérpretes nunca tuvieron la necesidad de transcribir. Pero la situación es aun más grave. El flamenco ha empezado a estudiarse desde hace relativamente poco (comparado con, por ejemplo, la música clásica u

otras tradiciones) de modo que a día de hoy no hay consenso entre los expertos en flamenco acerca de cuál es el mejor método para transcribir el flamenco. Mientras Philippe Donnier [8] aboga por el uso de los neumas gregorianos para anotar el cante flamenco, los hermanos Hurtado and Hurtado [
21
] y Rafael Hoces [
19
] argumentan a favor de la notación clásica occidental (con algunas modificaciones). Desde el punto de vista tecnológico, Emilia Gómez (COFLA) y sus colaboradores han desarrollado algoritmos que proporcionan una transcripción automática de los cantes a palo seco a partir de un fichero de audio; véase [
14
].

La anotación manual de la melodía es una tarea ardua y que conlleva mucho tiempo de dedicación y siempre trabaja con cierto peso específico de subjetividad. Con el fin de minimizar el trabajo de anotación manual, se pueden aplicar técnicas actuales de descripción y anotación automática de señales de audio al caso particular del flamenco. El Grupo de investigación en Tecnología Musical de la Universidad Pompeu Fabra tiene una gran experiencia en este problema. Resulta de gran utilidad los algoritmos de descripción automática de la melodía a partir de un fichero de audio para extraer una curva melódica a partir de una grabación de cante acompañado por guitarra. Citamos las herramientas de estimación de melodía y de melodía en entorno polifónico desarrolladas por Klapuri [24] y Salamon y Gómez [31]. Para material monofónico (cantes a palo seco en flamenco), puede utilizarse el método de Gómez y coautores [
17
]. Una opción alternativa a la extracción de polifonías de flamenco consiste en la separación de voces y el método de transcripción se realizaría en dos etapas, a saber, una primera de separación de voces, donde se filtra el sonido dejando la voz del cantaor sin guitarra ni percusión y, una segunda, donde es realiza la segmentación monofónica del resultado. La separación de voces es uno de los problemas de mayor actualidad en tecnología musical y puede realizar con técnicas de aprendizaje automático. Los primeros pasos en el caso de la música flamenca se están dando en el marco del grupo COFLA con la colaboración de varios expertos en ingeniería del sonido (véase [
16
]). Hay que señalar que éstas tecnologías, al igual que cualquier tipo de transcripción manual, ofrecerán una aproximación más o menos fiel a lo que se canta, no se pretende sustituir la transcripción manual sino que constituye una herramienta útil para muchos problemas de investigación sobre grandes colecciones de datos. Algunos problemas relevantes en este marco son los siguientes:

Problema 1 (musicología y pedagogía): Establecer unos criterios y una metodología para transcribir el cante flamenco que sea adecuada para el análisis y la enseñanza.

Problema 2 (tecnología y música): Diseño de un algoritmo robusto de separación de la voz flamenca. Diseño de un método de estimación de altura y segmentación en notas.

Problema 3 (matemáticas y computación): Diseño de un algoritmo de extracción del contorno melódico global.

3.2. Similitud musical

Es quizás en este problema donde el flamenco se muestra extraordinariamente difícil de analizar. En otras tradiciones la similitud musical se evalúa a partir de la sucesión de notas y el orden en que aparecen. En el flamenco no es así ni mucho menos. Dos cantes que pertenecen al mismo estilo pueden sonar muy diferentes a un oído desprevenido. Subyacente a cada cante hay un esqueleto melódico. Donnier [8] ha denominado a ese esqueleto melódico “el gen melódico del cante”. El cantaor puede intercalar todo tipo de melismas, ornamentación y otros recursos expresivos entre las notas del esqueleto melódico. Un oyente acostumbrado flamenco reconocería ambos cantes como el mismo a pesar de los rellenos melódicos diferentes. Con el fin de que el lector entienda esta delicada cuestión, en las figuras 1 y 2 mostramos una transcripción de dos versiones del mismo cante escrita en notación clásica. Un oyente habitual de flamenco reconocería ambas versiones porque ciertas notas aparecen en cierto orden. Lo que pase entre medias no importa en términos de clasificación del estilo, pero importa en términos de evaluación de la interpretación. Las notas principales han sido subrayadas para facilitar la lectura. Véase [28] para más información.

Figura 1: Interpretación de Mairena de *En el barrio de Triana* .

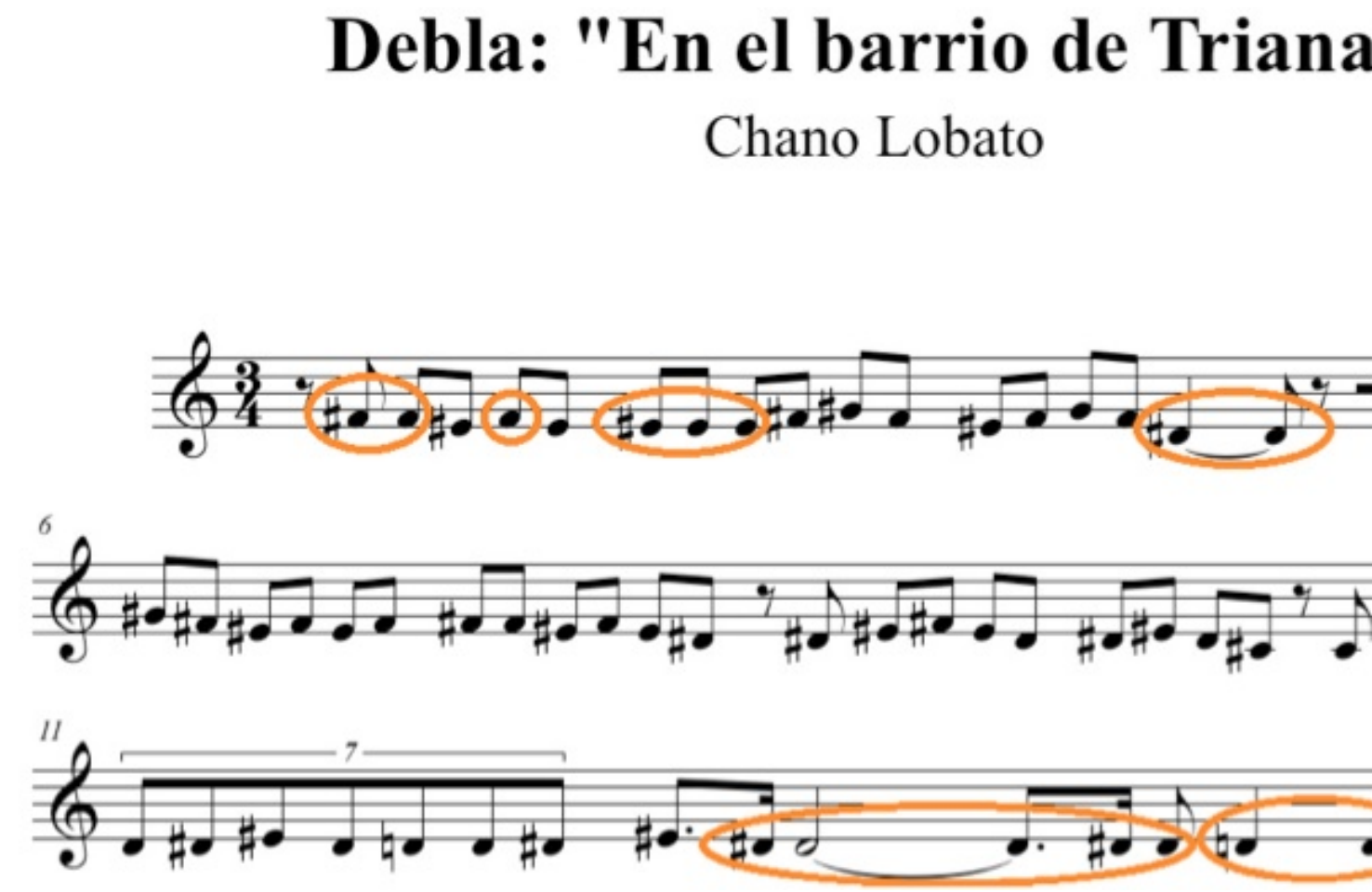

Figura 2: Interpretación de la debla *En el barrio de Triana* .

Tanto músicos como psicólogos han estudiado en profundidad medidas de similitud, debido en parte, a multitud de aplicaciones comerciales tales como sistemas de recomendación, demandas de plagio, organización de bases de datos (audios), clasificación de estilos, etc. Entre las medidas de similitud que se han propuesto destacamos las de carácter geométrico y las distancias de transporte. Un buen trabajo donde se revisan medidas de similitud mélodica es el de W. Hewlett y E. Selfridge-Field [18]. Como es habitual, la investigación existente en similitud musical está centrada fundamentamente en música occidental y en los sistemas actuales de recomendación, es esta música la que se encuentra etiquetada. Sin embargo, existe un creciente interés en el campo para analizar y etiquetar músicas tradicionales y folclóricas.

Puesto que no existen en la actualidad modelos computacionales que traten la melodía del flamenco (en realidad, la investigación científica del flamenco está dando los primeros pasos hoy en día), se requiere un estudio profundo del tema para el que se requiere la colaboración con musicólogos y psicólogos expertos en la materia. Los trabajos de Cabrera y otros [22] y

de Mora y otros [28] suponen los primeros pasos en este ámbito.

Por otra parte, muchos problemas relacionados con la teoría de similitud y tecnología musical son fundamentalmente geométricos por naturaleza, esto es, miden alguna característica que contiene el corpus musical; véase el trabajo de Toussaint [35]. Pongamos un ejemplo: dos melodías pueden ser representadas por poligonales ortogonales (funciones escalón) y una posible medida de similitud es el área comprendida entre las dos curvas (permitiendo traslaciones verticales y horizontales). De esta forma, el problema se traslada al campo de Matemáticas, donde coincide con el problema de emparejamiento de formas poligonales [1] y problemas de aproximación de funciones escalonadas [23].

Señalamos aquí dos problemas inherentes al estudio de similitud musical:

Problema 4 (cognición, musicología y matemáticas): Definición de una distancia de similitud melódica adecuada.

Problema 5 (tecnología y matemáticas): Diseño de un algoritmo eficiente de cálculo de similitud melódica.

3.3. Detección automática de patrones distintivos

El estudio de patrones melódicos distintivos es un tema íntimamente relacionado con la definición de estilo musical, mucho más claro en el caso de músicas de tradición oral. La conservación de los cantes flamencos de generación en generación hace que la melodía juegue un papel crucial en la evolución y clasificación de los distintos estilos del flamenco. Una definición precisa y efectiva de patrón melódico en los palo flamenco constituye uno de los requisitos necesarios para elaborar una clasificación de los cantes, clasificación que tiene sus aplicaciones en la didáctica y estudio del flamenco. De hecho, lo que recuerda el cantaor es un esqueleto melódico sobre el cual puede añadir unas ornamentaciones u otras que dependen de

la influencia de otros cantaores (escuelas) o de la propia capacidad vocal del intérprete (aportación personal). Permita el lector que pongamos un ejemplo. Si aceptamos que el precursor del cante de debla fue Tomás Pabón, podemos tomar su interpretación como modelo canónico. Sin embargo, la debla interpretada por Antonio Mairena o Naranjito de Triana, aún manteniendo un alto grado de similitud con el canon, aparece más ornamentada, y con un contorno melódico bastante diferente. Como ocurre en muchos temas de investigación musical del flamenco la caracterización de estilos a través de patrones melódicos ha recibido escasa atención. Podemos destacar dos estrategias o metodologías. Se analiza la música para "descubrir" los patrones distintivos (método inductivo) o bien, se parte de un conjunto de patrones considerados canónicos y se buscan en la colección o corpus correspondiente (método deductivo). Podemos decir que existen varias categorías de patrones, según sea la posición en la pieza (exposición, remate, etc.) o el carácter (preceptivo del cante, ornamental, etc.). En este marco aparecen cuestiones fundamentales que están íntimamente relacionadas entre sí:

1. ¿Cuál es el patrón melódico común a todas las interpretaciones grabadas por maestros consagrados?
2. ¿Qué tipo de ornamentos son carácterísticos en el estilo?
3. ¿Qué ornamentos son preceptivos del estilo y cuáles no?
4. ¿Qué patrones determinan la macro- y la micro-estructura del estilo?

A partir de lo dicho en anteriormente, surgen las siguientes temas de investigación:

Problema 6 (Musicología): Codificación y clasificación de los ornamentos del flamenco. Ornamentos estéticos o preceptivos del cante.

Problema 7 (Musicología): Estudio del melisma flamenco. Carácter y similitudes con otras culturas.

Problema 8 (Musicología): Reconstrucción de arquetipos (patrones) ornamentales comunes a otros géneros melismáticos de tradición oral (Musicología comparada).

Problema 9 (Matemáticas, aprendizaje automático, inteligencia artificial): Diseño de algoritmos para la detección automática de patrones o motivos melódicos.

3.4. Patrones melódicos estructurales

En el análisis de la estructura melódica de un determinado cante flamenco aparecen varias tipos de patrones según la localización de los mismos. De hecho, son estos micropatrones los que definen las distintas variantes de un determinado palo flamenco. Destacamos los patrones de exposición del cante (muchas veces resultan suficientes para clasificar la variante cantada), los de ligado o intermedios y los de caída o remate. El trabajo de Pikrakis et al. (2012) recoge los primeros avances en el desarrollo de algoritmos para la detección automática de patrones. Los problemas de investigación que surgen inmediatamente al considerar esta cuestión son, entre otros, los siguientes:

Problema 10 (Musicología): Codificación y clasificación de patrones melódicos del cante flamenco. Patrones de exposición, de ligado, de remate o caída.

Problema 11 (Matemáticas, aprendizaje automático, inteligencia artificial): Diseño de algoritmos para la detección automática de patrones melódicos.

4. Conclusiones

En esta primera entrega hemos presentado un ejemplo de investigación interdisciplinar a través del grupo COFLA. En este grupo hay investigadores de varias disciplinas que tratan de resolver problemas abiertos en la música flamenca. Hemos enumerado unos cuantos problemas representativos en que trabaja el grupo con la esperanza de que el lector se haya hecho una idea de cómo trabaja un grupo de estas características.

En la próxima entrega pondremos un ejemplo de un problema de similitud melódica y lo resolveremos (y evaluaremos la solución) con métodos interdisciplinares.

Bibliografía

[1] Greg Aloupis, Thomas Fevens, Stefan Langerman, Tomomi Matsui, Antonio Mesa, Yurai Nuñez, David Rappaport, and Godfried Toussaint. Computing a geometric measure of the similarity between two melodies. In Proc. 15th Canadian Conf. Computational Geometry, pages 81–84, Dalhousie University, Halifax, Nova Scotia, Canada, August 11-13 2003.

[2] S. Beall. Functional melodies: Finding mathematical relationships in music. Key Curriculum Press, 2000.

[3] D. Benson. Music: A Mathematical Offering. Cambridge University Press, 2006.

[4] R. Berg and D.G. Stork. The physics of sound. Addison-Wesley, 2004.

[5] J. Blas Vega and M. Ríos Ruiz. Diccionario enciclopédico ilustrado del flamenco. Cinterco, Madrid, 1988.

[6] Olmo Cornelis, Micheline Lesaffre, Dirk Moelants, and Marc Leman. Access to ethnic music: Advances and perspectives in content-based music information retrieval. Signal Processing, 90(4):1008–1031, 2010.

[7] Diana Deutsch. The Psychology of Music. Academic Press, 1998.

[8] P. Donnier. Flamenco: elementos para la transcripción del cante y la guitarra. In Proceedings of the III Congress of the Spanish Ethnomusicology Society, Spain, 1997.

[9] D.Tymoczko. A geometry of music: harmony and counterpoint in the extended common practice. Oxford University Press, 2011.

[10] J.M. Díaz-Báñez and R. Gutiérrez. Predominant fundamental frequency estimation vs singing voice separation for the automatic transcription of accompanied flamenco singing. In COFLA: un ejemplo de investigación interdisciplinar, La Rioja, 2013.

[11] International Society for Music Information Retrieval. (ISMIR). http://www.ismir.net/ , accessed in January, 2014.

[12] Toussaint G. Computational geometric aspects of rhythm, melody, and voice-leading. Computational Geometry: Theory and Applications, 43:2–22, 2011.

[13] J. M. Gamboa. Una historia del flamenco. Espasa-Calpe, Madrid, 2005.

[14] Emilia Gómez and J Bonada. Towards computer-assisted flamenco transcription: An experimental comparison of automatic transcription algorithms as applied to a cappella singing. Computer Music Journal, 37:73–90, 2013.

[15] The COFLA group. The COFLA group. http://mtg.upf.edu/research/projects/cofla .

[16] E. Gómez, Cañadas F. J., J. Salomon, J. Bonada, P. Vera, and P. Cabañas. Predominant fundamental frequency estimation vs singing voice separation for the automatic transcription of accompanied flamenco singing. In 13th International Society for Music Information Retrieval Conference (ISMIR 2012), Porto, 08/10/2012 2012.

[17] E. Gómez, A. Klapuri, and B. Meudic. Melody description and extraction in the context of

music content processing. Journal of New Music Research, 32(1), 2003.

[18] W. B. Hewlett and E. Selfridge-Field, editors. Melodic Similarity: Concepts, Procedures, and Applications. The MIT Press, Cambridge, MA, 1998.

[19] R. Hoces. La transcripción musical para guitarra flamenca: análisis e implementación metodológica. PhD thesis, Universidad de Sevilla, 2011.

[20] H. Honing. Musical Cognition: A science of listening. Transaction Publishers, 2013.

[21] D. Hurtado and A. Hurtado. El arte de la escritura musical flamenca. In Bienal de Arte Flamenco, Sevilla, 1998.

[22] Cabrera J.J., Díaz-Bañez J.M., Escobar-Borrego F.J., and J. Gómez E., Mora. Comparative melodic analysis of a cappella flamenco cantes. In Fourth Conference on Interdisciplinary Musicology (CIM08), Tesalónica, Grecia, 2008.

[23] Díaz-Báñez J.M. and Mesa A. Fitting rectilinear polygonal curves to a set of points in the plane. European Journal of Operational Research, 130(1):214–222, 2001.

[24] A. Klapuri and M. Davy. Signal Processing Methods for Music Transcription. Springer-Verlag, 2006.

[25] G. Mazzola. The Topos of Music, Geometric Logic of Concepts, Theory, and Performance. Birkhäuser, 2002.

[26] M. Meinard. New developments in music information retrieval. In Audio Engineering Society 42nd International Conference, Ilmenau, Germany, July 2011.

[27] B. Merker and S. Brown. The origins of music. MIT Press, Cambridge, 2000.

[28] J. Mora, F. Gómez, E. Gómez, F. Escobar Borrego, and Díaz Báñez J.M. Characterization and melodic similarity of a cappella flamenco cantes. In ISMIR (International Symposium on Music Information Retrieval), Utrecht, Netherland, August 2010.

[29] J.L. Navarro and M. Ropero, editors. Historia del flamenco. Ed. Tartessos, Sevilla, 1995.

[30] R. E. Radocy and D. J. Boyle. Psychological Foundations of Musical Behaviors. Charles C. Thomas, Springfield, Ill., 2003.

[31] J. Salamon and E. Gómez. Melody extraction from polyphonic music signals using pitch contours characteristics. IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing, 20(6):1759–1770, 2012.

[32] X.(coordinator) Serra. CompMusic. http://compmusic.upf.edu/ , accessed in January, 2014.

[33] J. Sloboda. Exploring the musical mind: cognition, emotion, ability, function. Oxford University Press, 2005.

[34] David Temperley. The Cognition of Basic Musical Structures. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2001.

[35] G. Toussaint. The Geometry of Musical Rhythm. Chapman and Hall/CRC, 2013.

[36] A. Volk and A. Honingh. Mathematical and computational approaches to music: challenges in an interdisciplinary enterprise. Journal of Mathematics and Music, 6(2):73–81, 2012.

El grupo COFLA está financiado por el **Proyecto de Excelencia de la Junta de Andalucia P12-TIC-1362.**