De vuelta a un nuevo curso, resolvemos las cuestiones propuestas en el concurso del verano, damos noticia de su ganador, y presentamos una serie de cortometrajes pensados para ¿enseñar? conceptos teóricamente difíciles de asimilar por los alumnos (norteamericanos)



Si históricamente la vida de los científicos no ha sido demasiado comprendida ni valorada (no así sus descubrimientos que TODOS utilizan), ¿qué decir de la de los matemáticos? Y peor aún, ¿qué decir de la de las matemáticas? Parece (obsérvese que el uso de este verbo no es accidental) que en la actualidad en algunos sectores hay una mayor sensibilidad hacia la mujer (no así en la sociedad en general; desgraciadamente deplorables conductas siguen llenando los informativos diariamente) y al menos vamos conociendo que existen mujeres matemáticas, que existieron siempre, y que sus trabajos han sido y son tan importantes y necesarios como los del resto de colegas. En el cine, en pocos meses podremos disfrutar (confiemos) del estreno de ***Ágora***, la nueva película de Alejandro Aménabar, que se ha presentado como una recreación de la vida de **Hypatia de Alejandria**, considerada como la primera mujer científica y filósofa de la Historia, y también un símbolo de lucha contra la intolerancia fanática.

Pero el titular de la reseña no va por ahí. En el año 2004 los artistas y diseñadores gráficos Lou Crockett y Jesai Jayhmes, y el matemático Veselin Jungic presentaron en los EE. UU. un cortometraje de animación con una nueva súper-heroína: **Math Girl**. Math Girl es una estudiante normal que se transforma, cuando la ocasión lo requiere, en una experta matemática. Esa mutación es siempre precedida por la invocación de un matemático famoso. Vive en Calculópolis y protege a sus habitantes de la incultura matemática. En esta tarea le ayudan un compañero y amigo llamado Pat Thagoras (una americanización de Pitágoras bastante cutre) y el alcalde de la ciudad, un venerable hombre llamado Big Math (el gran matemático). El mayor peligro lo constituye el malvado Zero! (léase Cero factorial), que pretende apoderarse de la ciudad aprovechándose de la ignorancia matemática de sus habitantes.

Según sus creadores dos han sido los objetivos perseguidos por estos cortometrajes: utilizar un medio de la cultura juvenil para dar una nueva visión (o uso) de algunos conceptos matemáticos conocidos, y al mismo tiempo enriquecer el propio medio (el de los súper-héroes) introduciendo las matemáticas como argumento. Van dirigidos a alumnos de último año de instituto (allí se llaman alumnos de grado 12 o *seniors*) y a los que cursen un primer año de

Cálculo de una carrera universitaria. Por el momento se han realizado tres episodios:

Episodio 1.- **Las diferenciales atraen** (*Differentials Attract*, 2004). Trata de ilustrar el uso de las aproximaciones lineales y el concepto de diferencial de una función. Ha sido producido por el Learning and Instructional Development Centre (LIDC) de la Universidad Simon Fraser en Burnaby, Canadá. Puede verse en
http://es.youtube.com/watch?v=VgMSgJdr4k0
.

Episodio 2.- **La discontinuidad de Zero!** (*Zero!´s Dis-Continuity*, 2006). Basa su argumento en el límite

$$\lim_{t \to 0} \frac{\operatorname{sen} t}{t} = 1$$

. El capítulo fue producido por el Interdisciplinary Research in Mathematics and Computational Sciences Centre (IRMACS) de la Universidad Simon Fraser. En http://es.youtube.com/watch?v=Ceui-CIQZe4 lo tenéis.

Episodio 3.- **¡Racionaliza Esto!** (*Rationalize This!*, 2007). En el día dedicado a Pi, Zero! envía a la ciudad un ejército de ceros para convertir el valor de pi en 3.14. Nuestros héroes emplearán la fórmula de Bailey-Borwein-Plouffe para evitarlo. De nuevo el IRMACS ha financiado y producido el corto. La dirección en la que se encuentra es
http://es.youtube.com/watch?v=mTomRm23KKs
.

Los tres episodios están en inglés, y si os parece de aquí a diciembre transcribimos su contenido en castellano y lo comentamos. Comenzamos con el primer capítulo:



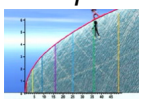
Episodio 1.- **Las Diferenciales atraen** (*Differentials Attract*, 2004) (Duración: 4:41)

Math Girl: *¡Hola! Soy Math Girl, uno de los protectores de Calculópolis*. (En el cartel junto a MathGirl, se lee: “*Bienvenidos a Calculópolis. Población: √1764*”).

Ayudo a los Calculopolitas que necesiten encontrar razones de cambio instantáneas o estimar aproximaciones de alguna función desagradable. Pero algunas personas no me entienden y me toman por un malhechor.
Nuevo Escenario: La habitación donde Math Girl resuelve problemas.



Estos son los dos padres del Cálculo: Newton y Leibniz. Pero esa es una larga historia. Mejor os contaré cómo utilicé el Cálculo para salvar a mi amigo Pat. Este es mi aproximador lineal, pero si lo preferís podéis pensar que es un segmento de una recta. Es divertido utilizarlo porque sólo necesitáis multiplicar, sumar y un poquito de Cálculo para alcanzar algunos lugares extraños. No siempre se precisa llegar exactamente donde se desea porque a veces "lo bastante cerca es lo bastante bueno".
Una vez me encontraba aquí, en mi cuarto de resolver problemas, cuando
Pat: *¡Socorro! ¡Socorro!*
Math Girl: *¡Parece Pat Thagoras! ¡Está colgado de la montaña de la raíz cuadrada!*
Pat: *¡Socorro! ¡Socorro!*
Math Girl: *Los números que no son cuadrados perfectos pueden hacer que algunos lugares de la montaña de la raíz cuadrada sean difíciles de atravesar. Utilizaré mi aproximador lineal. ¡Invoco al poder de …. Descartes, el creador de los ejes de coordenadas XY!*
Pat: *¡Date prisa! ¡Me caigo!*
Math Girl: *¡Observad! La coordenada x de Pat es 37. Como la derivada primera de y = √x es y' = 1/(2√x), mi aproximador lineal salta fácilmente de un cuadrado perfecto a otro cuadrado perfecto. Treinta y seis es el más cercano a las coordenadas de Pat. ¿Será lo bastante cercano para salvarlo? ¡Veamos!*
Pat: *¡Vamos, que me caigo!*



Math Girl: *Ya casi estoy, Pat. Echemos un vistazo más cerca. Si mi aproximador lineal está en el punto (36, √36), que es igual a (36, 6), coincidiría con la recta tangente a la función y=√x en ese punto. La distancia entre nosotros será muy pequeña, cercana a la diferencial*

$$dy = \frac{1}{2\sqrt{36}}(37-36) = \frac{1}{12}$$

¡Mi brazo es lo bastante largo! ¡Te salvaré! ¡Agarrate a mi mano!
Pat: *Gracias, Math Girl. Mi profesor de Matemáticas tenía razón. Las Matemáticas son útiles. Creo que debería espabilarme y prestar más atención en clase de matemáticas.*
Math Girl: *¡Ya! Lo bastante cerca, ¿porqué es lo bastante bueno?*
Pat (dubitativo): *¡Mmm! ¿Te apetece ir a comer algo?*

El episodio fue presentado el 8 de Diciembre de 2004 ante una audiencia de 500 estudiantes de primer año de Cálculo..El coste de este episodio fue de 8000 dólares. Según sus creadores, uno de sus propósitos (además de conectar con los alumnos de Secundaria mediante un icono cercano a ellos) era mantener todo lo relacionado con las matemáticas a un nivel tan sencillo como fuera posible. Esto, por ejemplo, lleva a repetir varias veces a lo largo del capítulo una frase llamativa que diera la idea de lo que es una aproximación ("*Lo bastante cerca es a veces lo bastante bueno"*), evitar el lenguaje matemático engorroso cuando fuera posible, materializar objetos matemáticos (La montaña de la Raíz Cuadrada, aproximador lineal)

"*No pretendemos enseñarles matemáticas, ni que vayan a aprender lo que es una aproximación lineal viendo un dibujo animado de cuatro minutos, pero esperamos que se sientan motivados viendo lo que hay detrás de la historia, y que relacionen la idea con escenarios reales* ", argumenta el profesor Jungic. La metodología que propone seguir en una clase de cincuenta minutos es la siguiente: proyectar el vídeo al inicio, explicar después durante cuarenta minutos las matemáticas necesarias para entender las aproximaciones lineales y la diferencial, y dejar los últimos cinco minutos para volver a visionar el corto.

No sé qué opinión tendrán los lectores de DivulgaMAT después de ver el episodio (¡nos lo podéis contar!). A mí me parece buena la idea, pero bastante pobre el resultado, tanto desde el punto de vista visual (los dibujos no están animados para nada, son instantáneas fijas "pegadas" entre sí; es una técnica como otra cualquiera pero me parece poco dinámica), argumental (la historia me parece no sólo infantil, sino ñoña por momentos) como matemático (una cosa es popularizar y motivar y otra trivializar). Es llamativo el hecho de que los norteamericanos siempre echen mano de súper-héroes como los iconos más plausibles de enganchar a la gente joven; transmite una sensación de poco bagaje cultural. Hay por otra parte un error que ya se ha corregido en la transcripción: en la imagen aparece el punto $(6,\sqrt{36})$ y ese punto no está desde luego en la gráfica de $y=\sqrt{x}$. El mayor provecho que se puede sacar es seguramente en la clase de inglés.

Hablando de chicas matemáticas del cine, ¿conocéis alguna actriz, directora, etc. con estudios matemáticos? Pues si, alguna hay. El mes que viene lo contaremos ....

Respuestas al Concurso del verano

I.- ¿Por donde pisar?

1.- Quizá el nombre del protagonista y la película no estén claros hasta no revisar todas las cuestiones, pero una vez leídas es obvio que estamos ante ***En busca del Arca perdida*** (*Raid ers of the Lost Ark*
, Steven Spielberg, EE. UU., 1981) y su protagonista, el profesor Indiana Jones. El objeto que busca en este caso es un pequeño ídolo.

2.- De los números que aparecen, es imposible reconstruir de modo único el cuadrado mágico (sabemos que la suma de filas, columnas y diagonales principales debe ser el mismo valor, la llamada constante mágica, que resulta ser 260, (la suma de los naturales del 1 al 64 es (64 x 65) /2 = 2080, suma que hay que repartir entre ocho filas, o sea, que cada fila resulta sumar 260). La clave está en el párrafo siguiente: "*Nuestro hombre se arrodilla entre las piedras que indican el número 17 y el 40, saca un papel y un lápiz de su chaqueta y escribe los números del 1 al 64. Entonces misteriosamente, traza dos líneas, parecen las diagonales, vuelve a anotar algo y gira el papel varias veces a la vez que observa las piedras*
." Está describiendo uno de los conocidos procedimientos para componer cuadrados mágicos de orden par.

Luego sólo tiene que casar los números 17 y 40 a sus pies. Así nos queda el cuadrado:



Otra pista para encontrar el cuadrado, aparece en la cuestión cuarta, en la que se indican los números de las casillas en las que van ocho de los catorce alfiles que se pueden disponer en el tablero sin que ninguno amenace a los demás. Hay varias formas, pero probablemente la más sencilla, sea la que se muestra. Como se especifican cuatro de los números que aparecen en el enunciado inicial (8, 17 y 40), cavilando un poco, podríamos obtener toda la primera fila del cuadrado mágico, y a partir de ahí recomponer el resto. Finalmente la tercera cuestión nos pregunta por el camino seguro que ha tomado el protagonista para llegar a alcanzar el ídolo. Para ello se dice que "*en una de las paredes de la cueva ve grabados varios polígonos regulares y una inscripción: Sólo puedes repetir uno* ". Se trata de elegir una ruta con **números figurados o poligonales**

: triangulares, cuadrados, pentagonales, hexagonales, etc., pudiendo repetir uno sólo. Se dice también que empieza en el 40, que es un número octogonal. De ahí puede elegir el 47, 26 o 34. El 34 es heptagonal, y así sucesivamente hasta completar el trayecto marcado en rojo en el gráfico siguiente.
En la sexta fila, aparece la posibilidad de tomar el 38 o el 11, y para eso se da la pista del pájaro muerto. Obsérvese que el recorrido final tiene un número cuadrado (25), uno pentagonal (22), uno hexagonal (45), dos heptagonales (34 y 18), uno octogonal (40), uno decagonal (52) y uno undecagonal (11).

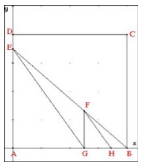
II.- ¿Sólo tres?

5.- Se trata de una cuestión sobre el “principio del palomar”, como señala en el diálogo nuestro protagonista. Con los datos aportados (diecisiete personas manteniendo correspondencia con todas las demás sobre tres posibles asuntos de forma que cada par de personas sólo trate uno de los temas), demostremos que al menos hay tres personas que se escriben sobre un mismo tema (que no tiene porqué ser el que interesa a los agentes).

Elijamos una persona de las diecisiete; llamémosla A. Mantiene correspondencia con las dieciséis restantes. Cómo sólo hay tres temas, al menos con seis de ellas se escribe sobre el mismo tema, por ejemplo el tema 1. Si alguna de estas seis se escribe con otra sobre el tema 1, entonces ya hay tres que se escriben sobre el mismo tema, y estaría probada la afirmación. Supongamos que estas seis personas se escriben sobre los temas 2 y 3. Si B es una de estas seis, entonces por el principio del palomar, debe escribirse al menos con tres de las otras cinco sobre uno de los dos temas, por ejemplo el 2.

Tenemos entonces dos posibilidades para estas últimas tres personas. Si alguna se escribe con otra sobre el tema 2, ya hemos encontrado tres personas que se escriben sobre un mismo tema, el 2. Si por el contrario, ninguna de las tres se escribe con las otras dos sobre el tema 2, entonces las tres deben escribirse entre sí sobre el tema 3, quedando probada la afirmación.

III.- La conjunción solar



El esquema que sigue la escena descrita es el que vemos en la imagen: El punto E es el punto por el que entra la luz a la sala, FG es la vara que el protagonista mantiene vertical y el haz de luz se desplaza desde el punto B hasta el punto H que es donde se esconde el Arca. Necesitamos por tanto la distancia BH para localizar ese lugar.

Tal y como se nos detalla en el enunciado, Indy mide la longitud de la sala, AB, pero no se nos dice. Lo que si se especifica es que FB = ½ AB, que AE = 7/8 AB y que EG y FH son paralelos. Designemos por x = BH.

Como los triángulos BFH y BEG son semejantes, aplicando el teorema de Tales, se tiene que

$$\frac{x}{BG} = \frac{\frac{AB}{2}}{BE}$$

Por otro lado, los triángulos rectángulos BFG y BEA también son semejantes, por lo que de nuevo por el teorema de Tales,

$$\frac{BG}{AB} = \frac{\frac{AB}{2}}{BE}$$

Despejando BG de la segunda igualdad y sustituyéndola en la primera se tiene que

$$\frac{x}{\frac{AB^2}{2BE}} = \frac{\frac{AB}{2}}{BE}$$

Despejando x y reemplazando BE^2 por $AB^2(1 + 49/64)$ (teorema de Pitágoras), se tiene que

$$x = \frac{AB^3}{4BE^2} = \frac{AB^3}{4AB^2\left(1+\frac{49}{64}\right)} = \frac{16\,AB}{113}$$

Recuérdese que una de las aproximaciones racionales más antiguas y más precisas (6 decimales correctos) de π es 355/113 atribuida al astrónomo chino Tsu Ch'ung-Chih que vivió hacia el siglo quinto de nuestra era. Esta fracción es 3 + (16/113). Esa es la razón de la exclamación de Indiana, que acaba de descubrirla en esta construcción del Antiguo Egipto (un anacronismo del que pocos se percatarían).
La medida de la vara unida al medallón de Ra, FG, se calcula fácilmente, de nuevo por semejanza de triángulos:

$$\frac{\frac{FG}{7}}{\frac{8}{AB}} = \frac{BG}{AB} = \frac{AB}{BE}$$

de donde $FG = 4AB^2 / 7BC$. Por el teorema de Pitágoras, $BE^2 = AB^2 (1 + 49/64)$, por lo que

$$FG = \frac{32\,AB}{7\sqrt{113}}$$

No se conoce la medida de la habitación, AB, aunque se dice que la vara mide unos 2 metros. El medallón no será demasiado grande, por lo que si imponemos que FG > 2, llegamos a que AB debe ser un poco más de 4.65, por ejemplo, 5 metros, y entonces FG será 2.15 m. Se da por válida cualquier solución razonable según los datos del enunciado, es decir, un poco más de 2 metros.

A estas alturas es claro que el personaje se encuentra en la antigua ciudad de **TANIS** (cuestión sexta) y está buscando el mítico
ARCA DE LA ALIANZA
(parte de la cuestión octava).

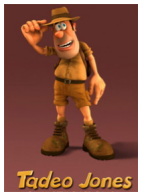
IV.- Sueños Viperinos

10.- Uno de los concursantes, Alberto Castaño Domínguez, nos aporta una posible

continuación del diálogo que resuelve la cuestión:
Él: *Tranquila. Déjame continuar. Esas terminaciones no son más que el resto que obtenemos al dividir los números por diez...*
Ella: *¡Estoy yo ahora como para que me des clases!*
Él: *Si no me interrumpieras ya habríamos acabado. A ver, imagínate ahora que en lugar de dividir por 10, dividimos por 7.*
Ella: *¿Por siete?*
Él: *Exactamente. Entonces, los restos que nos salen son 0,1,2 y 4, y si dividimos el número que lleva la serpiente entre 7, obtenemos como resto 6. En conclusión, la serpiente que te ha picado no es venenosa.*
Ella: *¡Vaya! No sabía yo que la aritmética modular salvara vidas...*

En efecto, a falta de probar que si un número es cuadrado perfecto entonces su resto al ser dividido por 7 debe ser uno de esos (el reciproco es obviamente falso; por ejemplo 249 $\equiv$ 4 mod 7, y no es un cuadrado perfecto), es una posibilidad, aunque un tanto lenta porque dividir por 7 un número de 14 dígitos, no es inmediato precisamente, pero es la única que se nos ocurre.

11.- La revista citada era ***CACUMEN, revista lúdica de cavilaciones***, cuyo primer número apareció en febrero de 1983. Después (enero de 1985) pasó a tener el subtitulo ***Ingenio, Juegos y Humor***, hasta que después de 47 números, en diciembre de 1986, dejó de editarse.



12.- La respuesta es Tadeo Jones , un aventurero mucho más creíble y entretenido que el personaje original. En *YouTube* podéis ver el primer corto , y algunos fragmentos del segundo, *Tadeo Jones y el sótano maldito*, también galardonado con el Goya 2008 entre otros premios.

Ganadores del Concurso

Alberto Castaño Domínguez .- 90 puntos

Elías Villalonga Fernández.- 80 puntos

Del 91 al 100

Finalizamos esta sección que surgió como curiosidad, descubriendo que nuestra pretensión de probar que existen títulos para cada número entero del 1 al 100 no se cumple: no hemos encontrado ni para el 94 ni para el 97(no vale trocear los números, es decir, ***1997 Rescate en Nueva York*** no serviría como ejemplo del 97; sería de 1997). Por supuesto que aún aparecen muchísimos números en títulos (101, 1984, 2001, 20000, etc.) pero creo que es suficiente con la primera centena.

91: Cero noventa y uno, policía al habla (José María Forqué, España, 1960)
92: La Casa de la Calle 92 (*The House On 92nd Street*, Henry Hathaway, EE. UU., 1945).
93: United 93 (*United 93***,** Paul Greengrass, Reino Unido, 2006)
95: Héroes del 95 (Raúl Alfonso, España, 1947).
96: El Noventa y Seis de Caballería (*La Garnison Amoureuse,* Max de Vaucorbeil, Francia, 1933).
98: Payaso del 98 (Juan Antonio Martín Cuadrado, España, 1977). Cortometraje.
99: Calle River, 99 (*99 River Street*, Phil Karlson, EE. UU., 1953)
Noventa y Nueve Mujeres (Jesús Franco, España/Alemania/Italia/Reino Unido, 1969)
Noventa y nueve, cuarenta y cuatro por ciento muerto (*N**inety nine and 44 /100 % dead*, John Frankenheimer, EE. UU., 1974).
Noventa y Nueve Punto Nueve (Agustín Villaronga, España, 1997)
100: Cien Dias (*Hundert Tage Campo Di Maggio*, Franz Wenzler, Italia, 1935)
El Caballero de los Cien Rostros (*Il Cavaliere Dai Cento Volti*, Pino Mercanti, Italia, 1960).
Cinco Marinos Contra Cien Chicas (*Cinque Marines Per Centro Ragazze*, Mario Mattoli, Italia, 1961).
Los Cien Caballeros (Vittorio Cottafavi, España, 1965).
Los Cien Rifles (*100 Rifles*, Tom Gries, EE. UU., 1968).
Cien Años de Folies Bergere (*Cent Ans De Folies Bergere*, Andre Hunnebelle, Francia, 1971).
Cien Maneras de Amar (*I Will... I Will... For Now*, Norman Panama, EE. UU., 1975)
La Noche de Los Cien Pájaros (Rafael Romero-Marchent, España, 1976)
Dentro De Cien Años Todos Calvos (*Nous Irons Tous Au Paradis*, Yves Robert, Francia, 1977).
Mamá Cumple Cien Años (Carlos Saura, España, 1979).
Las Cien Monedas del Rey (Joan Guitart, España, 1981)
Cien Maneras de acabar con el Amor (Vicente Pérez Herrero, España, 2005).