

En el año 2000 se comenzó con esta sección de juegos, inicialmente acogida en el seno de la revista SUMA, editada por la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas, y tras cerrarse la sección en 2014, los artículos se acogieron en la sección correspondiente de la página divulgamat, en donde han salido apareciendo artículos nuevos. En todos estos años siempre se han incluido juegos más o menos actuales, que han servido como recursos para plantear actividades e incluso investigaciones en el aula de matemáticas. Pero hoy vamos a modificar ese enfoque.

Lo que se presenta hoy es un antiguo juego aritmético que en la actualidad es bastante desconocido, posiblemente debido a lo complicado de sus reglas de juego. Según algunos investigadores, como el profesor de la Universidad de Barcelona José M. Núñez, al que nos referiremos en varias ocasiones, se puede considerar a Ritmomaquia como el primer juego occidental creado para la enseñanza de las matemáticas.

Básicamente, este juego es una batalla entre dos contrincantes que disponen de una serie de fichas, en las que cuentan tanto la forma geométrica como el número asociado. Para capturar piezas del oponente hay que hacer una serie de cálculos aritméticos e incluso para ganar la partida hay que conseguir colocar una serie de números en distinto tipo de progresión. Pero además, entre los valores de las fichas vamos a encontrar números poligonales y piramidales.

Antes de presentar el juego debemos poner en antecedentes históricos la época en que tuvo vigencia, y en qué teorías matemáticas se basa.

1. Ritmomaquia, el mejor juego aritmético durante siglos.

Este juego tiene muy diversos nombres, según los autores que lo referencian: rithmomachia, rythmomaquia, arithmomachia, rithmomachy. Se considera que el nombre tiene procedencia griega. La palabra estaría compuesta de dos vocablos griegos, el primero sería una especie de combinación entre arithmos y rythmos que haría referencia al número o al aspecto rítmico, más bien a la armonía como proporción, y el vocablo machia que equivaldría a batalla. Por ello, se suele traducir como la “batalla de la armonía”, aunque Tomas Moro, en su obra Utopía hace

referencia a este juego como “la batalla de los números”. En el libro de Moro se enfrenta este juego a los llamados juegos nefastos, como cartas o dados, que estaban prohibidos en Utopía, mientras sí se permitían el juego de números y otro en el que se enfrentaban las virtudes y los vicios. Lo cierto es que el juego era también conocido como “El juego de los filósofos”, pues ritmomaquia era un juego desarrollado en los ambientes ilustrados, especialmente escolásticos.

Algunos autores medievales asociaban la invención del juego a los pitagóricos, pero no existe ningún texto griego que corrobore esa opinión. Los investigadores fijan en el primer tercio del siglo XI, más concretamente dan la fecha de 1030, cuando un monje llamado Asilo, del monasterio alemán de Würzburg, hizo la primera referencia a este juego, y por ello consideran que pudo ser su creador. El primero que al parecer escribió un pequeño tratado, llamado *Hermanni tirmomachia*

, sobre el juego es el benedictino Hermann Contractus (1013 – 1054) cronista alemán que se dedicó a la música, pero también a otras ciencias como la Astronomía o la Geometría.

El juego comenzó a implantarse en los monasterios y fue pasando de forma casi oral de unos estudiosos a otros hasta que poco a poco, y a lo largo de los siguientes siglos, hubo diversos autores que escribieron sobre el juego, mostrando cada uno de ellos unas reglas algo diferentes como veremos más adelante.

La opinión generalizada es que el juego se inventó para desarrollar los conceptos de la aritmética de Boecio, del que hablaremos más adelante. Al parecer el juego se creó dirigido a los alumnos de las escuelas de monasterios. Según la historiadora Ann Moyer, especialista en juegos de la Edad Media y que en 2001 publicó un libro sobre la Ritmomaquia, el juego era por un lado un recurso para el estudio de la obra aritmética de Boecio, pero también pretendía educar en valores morales presentes en la filosofía de Boecio. De ahí, que la iglesia apostara por este juego frente a otros considerados más licenciosos. Durante una amplia época, llegó a tener más fuerza que el ajedrez, que aunque no era un juego prohibido por la Iglesia, tampoco estaba considerado un entretenimiento virtuoso.

Estamos hablando de una época medieval en la que el plan de estudios de las Universidades se reducían a las siete artes liberales agrupadas en dos grupos de materias, el trívium (gramática, dialéctica y retórica) y el cuadrivium (aritmética, geometría, música, astronomía) ya estructurado por los pitagóricos.

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00

En poco tiempo el juego se expandió por Alemania y Francia, dando el salto a Inglaterra en el siglo XIII, donde se extendió también con mucha fuerza. El propio filósofo Roger Bacon lo aconsejaba como una actividad muy adecuada para sus alumnos.

Al principio, los textos eran breves y las referencias al juego era casi meramente sobre su existencia y su interés, incluso en algunos textos se consideraban ya conocidas las reglas y los valores de las fichas. Durante los siglos siguientes hubo varios autores que escribieron obras donde ya se presentaban manuales, con mayor explicación, sobre el juego. Entre ellos podemos citar, por su cercanía, al jienense Juan Pérez de Moya (1512? - 1596), quizás el más importante autor de libros de texto de matemáticas de la época. En particular en su obra de 1562 llamada *Diálogos de Aritmética Practica y Especulativa* ^[1], aparte de contener ya un tratado de álgebra, habla de ritmomaquia, citándolo por cierto como juego pitagórico, indicando sus reglas y las piezas que lo forman.

Al entrar en el Renacimiento el juego comienza a perder importancia, y llega a desaparecer. Posiblemente al cambiar los planes de estudio y comenzar a tomar fuerza el álgebra, ritmomaquia como juego para practicar la aritmética perdió interés.

De todos modos, hay que tener presente que aunque al principio el juego se utilizaba como recurso educativo, poco a poco se comenzó a jugar por el mero placer de practicarlo, pero siempre dentro de ámbitos eruditos no llegando a extenderse más allá.

En siglos posteriores, en concreto en el XIX y a comienzos del XX ^[2] hubo varios intentos de volver a poner de actualidad el juego pero sin mucho éxito.

Ya en este siglo, el profesor Tomás Guardia Ortega, en ese momento profesor de la Universidad Central de Venezuela, comenzó a estudiar el juego y promovió la creación del Club Venezolano de Ritmomachia ^[3].

intentado poner de moda el juego. El club se creó como un Grupo de Extensión en la Facultad de Ciencias de dicha Universidad. Se redactaron unas reglas, algunas de ellas desconocidas hasta el momento, y se organizaron incluso campeonatos de juego. Desgraciadamente a partir del año 2016 no hay ningún

movimiento en la página del club, no sabemos si coincidiendo con la marcha del profesor Guardia, auténtico alma mater del proyecto, a Estados Unidos o por otras causas.

2. La aritmética de Boecio.

Como comentamos en el epígrafe anterior, el juego de Ritmomaquia se creó para desarrollar la aritmética de Boecio, por ello es importante estudiar algunos aspectos de este matemático y de su obra para que podamos entender los números que se utilizan en el juego, y que son un poco extraños si no se explica su construcción.

Se ha considerado a Anicio Manlio Severino Boecio (480 – 524) como el mejor matemático romano de la antigüedad. Esto no es contradictorio con que muchos autores lo considerasen como un matemático mediocre, pues todo el que tenga un poco de idea de la historia de la matemática, sabe la irrelevancia que significó el periodo romano en esa disciplina.

Boecio fue también filósofo, poeta y político y su principal aportación a las matemáticas fue la traducción, muchas veces simplificada, de obras griegas. Igual que Euclides con sus Elementos fue el soporte, durante siglos de la enseñanza de la Geometría, Boecio fue autor de referencia durante cerca de mil años en la enseñanza de la aritmética gracias a su libro *De arithmetica* donde traducía la *Introducción aritmética* del pitagórico Nicómano de Gerasa (60 – 120).

Quizás los lectores hayan visto alguna vez la siguiente imagen, una de las ilustraciones del libro *Margarita Philosophica* escrito por Gregor Reisch (1504) donde se recrea a la idealizada aritmética contemplando una delirante batalla entre Pitágoras, realizando cuentas con un ábaco, y Boecio que realiza las cuentas con las cifras indo-arábigas. No sólo es delirante porque a los dos personajes los separan alrededor de diez siglos, sino porque esas cifras no empezaron a extenderse por Europa hasta el Renacimiento, varios siglos después de la muerte de Boecio.

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00



Este artículo es un homenaje a la actividad de Ritmomaquia, que se celebró en el colegio de San Juan de los Ríos de Zamora, en el año 1500, y que se publicó en el libro de José M. Núñez, *La escuela de los siglos XV y XVI*, editado por el Ayuntamiento de Zamora, en el año 1984. Este artículo es un homenaje a la actividad de Ritmomaquia, que se celebró en el colegio de San Juan de los Ríos de Zamora, en el año 1500, y que se publicó en el libro de José M. Núñez, *La escuela de los siglos XV y XVI*, editado por el Ayuntamiento de Zamora, en el año 1984.

3. ¿Pues en mi casa jugamos así!

Antes de comenzar con el juego en sí hay un detalle que me gustaría comentar.

Seguramente les habrá pasado en alguna ocasión el ponerse a jugar con algún amigo o en un ambiente social a un determinado juego, y de pronto descubrir que se estaban jugando con reglas distintas, por lo que no es raro que alguno de los jugadores suelte la frase que titula este epígrafe.

Eso es un poco lo que ocurre con Ritmomaquia. Aunque suela haber unanimidad en el valor de las fichas, a partir de allí no hay forma de encontrar dos autores que coincidan en el resto de reglas y elementos.

Al principio la expansión del juego podría ser de forma oral y hasta que no se produjo la invención de la imprenta no aparecieron textos fiables, pero con cambios entre unos autores y otros.

En la página de acronimas [¿Qué es un acrónimo?](#) se explica que un acrónimo es una palabra formada por las primeras letras de cada una de las palabras que componen el nombre original.

Por lo general se asume la necesidad de un acrónimo cuando se trata de un nombre propio, pero también puede utilizarse para referirse a un concepto abstracto, como los acrónimos de los nombres de las ciudades, como los acrónimos de los nombres de las ciudades, como los acrónimos de los nombres de las ciudades.

Temas de gramática en el nivel de los niños. Se explican en las páginas. Cuando un jugador repite una palabra, hay que tener la precaución de no volver a utilizarla en el resto del juego, mientras que otros ocupan la posición de la ficha siguiente.

El juego tiene un carácter de juego de mesa, pero también puede utilizarse como juego de cartas, que hay de distribución libre.

En esta ocasión las fichas distribuidas por los jugadores son las que se muestran en la imagen. Las fichas distribuidas por los jugadores son las que se muestran en la imagen. Las fichas distribuidas por los jugadores son las que se muestran en la imagen.

4. Los valores de las piezas del juego.

Ritmomaquia es un juego antiguo, de origen árabe y hebreo, pero no es sencillo. Las reglas de este juego son las que se muestran en la imagen. Las reglas de este juego son las que se muestran en la imagen.

Cada jugador tiene un total de 20 fichas, que se reparten entre los jugadores. Cada jugador tiene un total de 20 fichas, que se reparten entre los jugadores. Cada jugador tiene un total de 20 fichas, que se reparten entre los jugadores.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

Se reparten de la siguiente manera:

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

El jugador con menos fichas comienza con las primeras fichas (palete, 2, 3, 4, 5 y 6) y a continuación las caudales, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20. Así se reparten las fichas restantes.

Las fichas de los jugadores se reparten de la siguiente manera: 10 fichas de color rojo, 10 fichas de color azul, 10 fichas de color verde, 10 fichas de color amarillo, 10 fichas de color naranja, 10 fichas de color morado, 10 fichas de color gris, 10 fichas de color blanco, 10 fichas de color negro, 10 fichas de color marrón, 10 fichas de color rosa, 10 fichas de color púrpura, 10 fichas de color turquesa, 10 fichas de color violeta.

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00

$$n^2 + \frac{1}{n} \cdot n^2 = n^2 + n = n \cdot (n + 1) \text{ y}$$

$$n^2 + n + \frac{1}{n} \cdot n \cdot (n + 1) = n^2 + n + n + 1 = n^2 + 2n + 1 = (n + 1)^2$$

$$(n + 1)^2 + \frac{n}{n + 1} \cdot (n + 1)^2 = (n + 1)^2 + n \cdot (n + 1) = (2n + 1) \cdot (n + 1)$$

$$(2n + 1) \cdot (n + 1) + \frac{n}{n + 1} \cdot (2n + 1) \cdot (n + 1) = (2n + 1) \cdot (n + 1) + n \cdot (2n + 1) = (2n +$$

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00

289	163	81											16	20	49
169	91	72											12	65	121
	49	64	8									3	9	36	
	42	36	6									5	25	30	
	20	16	4									7	49	64	
	25	4	2									9	81	64	
81	45	6											90	120	225
25	15	9											100	150	301

5. Reglas del juego.

5.1. Movimientos de las piezas.

.....

5.2. Captura de una pieza del oponente.

.....

	25		
			25

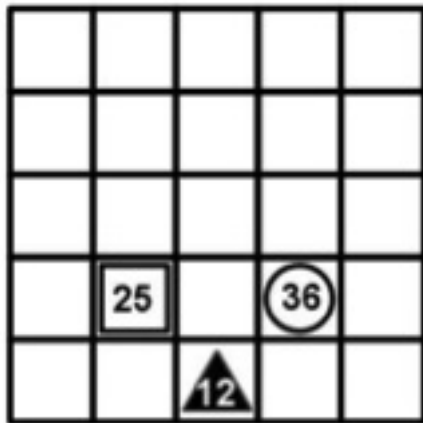
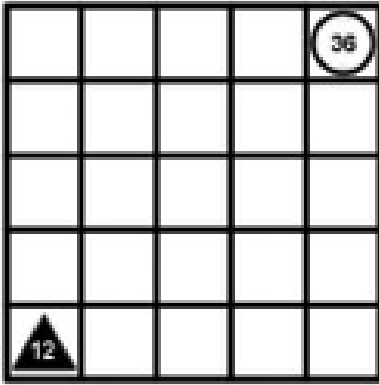
.....

		4	5
	20		

.....

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00



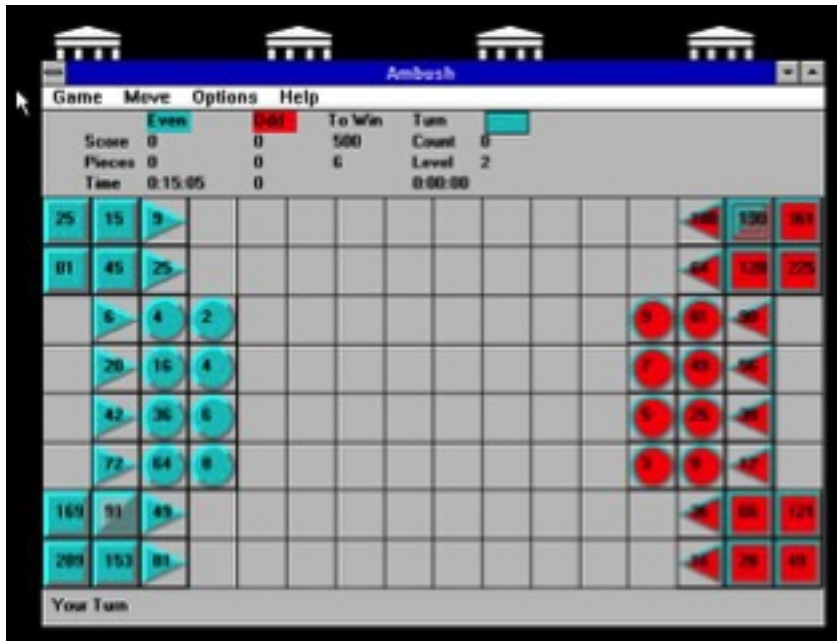
5.3. Como ganar en Ritmomaquia.

$$\frac{12}{6} = 2 = \frac{12-8}{8-6}, \quad \frac{c}{a} = \frac{c-b}{b-a},$$

6. Para cerrar el juego.

Mayo 2022: Ritmomaquia. Un juego medieval

Escrito por José Muñoz Santonja
Domingo 01 de Mayo de 2022 00:00



7. Referencias.

Notas: