

Muchos son los juegos con los que nos entretenemos en nuestra infancia y que conservan su atracción e interés a medida que nos hacemos mayores. En algunas personas se convierten en un verdadero hobby, como vemos en el caso de los puzzles. Algunos de esos puzzles para adultos que se encuentran en cualquier tienda de juegos, tienen aplicación didáctica en Matemáticas, sobre todo en el apartado correspondiente a la geometría. Los más corrientes son, en el aspecto plano el Tangram Chino y los Pentominós, y en la parte espacial los Policubos, que permiten construir un cubo, siendo sin duda el más conocido el Cubo Soma.

Todos estos puzzles espaciales están formados por piezas construidas cada una de ellas a partir de varios cubitos (en total constan de 27); piezas que al unirse permiten obtener un cubo de lado triple al de los cubitos que las forman. El Cubo Soma, formado por los seis tetracubos menos regulares (es decir, todos menos el $2 \times 2 \times 1$ y el $4 \times 1 \times 1$) y el tricubo no lineal, es el más conocido por encontrarse en los comercios con facilidad (no sabemos si los demás están comercializados) y porque además hay una gran colección de figuras que se pueden construir con él, desde formas geométricas, hasta figuras de animales, muebles, arquitecturas, etc. Sin embargo, existen muchas otras disecciones del cubo que se pueden encontrar, bien en los libros (Corbalán, 1994) o a través de Internet. Entre ellos podemos encontrar aquellos cuyas piezas tienen varias alturas, pues se sitúan en más de un plano de los tres superpuestos que forman el cubo, como les ocurre a los cubos de Media-Hora, Lesk, Steinhaus o Nob; por otro lado hay policubos en los que todas sus piezas son planas, entre los que quizás el más conocido sea el de O'Berine que está formado por nueve piezas iguales al tricubo en ángulo, o el Cubo Diabólico que es progresivo, es decir, sus piezas tienen todas distinto número de cubos, desde dos hasta siete.

Nosotros comenzamos a diseñar particiones del cubo a partir del uso en clase del Cubo Soma. Uno de nuestros alumnos pretendía construir con las piezas del Soma una plancha rectangular, algo que evidentemente es imposible, pues varias de sus piezas tienen más de una altura. Con el fin de satisfacer las ansias de ese alumno, se diseñó el que llamamos Cubo de Hans formado por un tricubo, dos tetracubos, dos pentacubos y un hexacubo (Fernández-Aliseda y otros, 2000) que aparte de la plancha rectangular de $3 \times 9 \times 1$ y del cubo de lado 3, permite construir muchas otras figuras. Este cubo se encuentra, además, comercializado por la S.A.E.M.

Thales

dentro de la serie de materiales que ha comenzado a producir.

Para incluir en estas páginas un ejemplo de división del cubo no conocida, hemos seleccionado el Cubo de Muñoz. Los que conozcan los materiales de los que hemos hablado al principio, sabrán que si los doce pentominós se construyen con cubos, se obtienen los doce pentacubos planos con los que se pueden construir varios poliedros. Basados en esa idea, elegimos los policubos planos con menos de cinco cubitos, y así este cubo está formado por el dicubo, los dos tricubos y los cuatro tetracubos planos que pueden formar parte del cubo de lado 3 (es decir, sin los cuatro cubos puestos en línea). Como se necesitaban tres cubitos más para formar el cubo grande, se repite la pieza correspondiente al tricubo en ángulo. Las piezas son por tanto las siguientes:

Esta sencilla disección permite varias soluciones diferentes para el cubo $3 \times 3 \times 3$, y construir

muchas figuras distintas y fáciles, entre ellas hemos seleccionado las siguientes, algunas que se pueden construir también con el Soma y otras nuevas.

Lo interesante de este tipo de material es no tanto trabajar con cubos conocidos, como que sean los propios alumnos quienes diseñen sus propias disecciones. Es apropiado proponerlo como proyecto de trabajo con las siguientes partes:

- Fase de diseño. En primer lugar los alumnos crearían sus propios policubos. Desde el punto de vista de la motivación esto es primordial pues están trabajando con algo que han creado ellos mismos y además no pueden copiarse unos de otros. Se pueden imponer las restricciones que se quieran a la hora de diseñar las disecciones del cubo: que las piezas sean planas o no (no es aconsejable que una pieza tenga cubos en las tres alturas posibles pues aunque simplifica el reconstruir el cubo dificulta el apartado 3 del proyecto); que no haya piezas con menos de tres cubos; que el número total de piezas sea cinco o seis; etc. Aspectos interesantes en esta fase son el dibujar a escala las piezas y la elección de una notación clara para reconstruir el cubo, algo que no es nada trivial.
- Fase de construcción. A la hora de construirlo se pueden hacer las piezas con bloques multilink, pero nuestra experiencia nos aconseja utilizar cubitos de madera (que se pueden comprar a granel en alguna carpintería, especialmente si el carpintero es amigo o padre de algún alumno) que uniéndolos con cola blanca quedan perfectamente (y mucho más presentables y duraderos si después se pintan y barnizan).
- Fase de manipulación. En la que los alumnos, además de reconstruir el cubo de lado 3, inventan y dibujan a escala figuras -y sus soluciones- con el cubo que han construido. En esta fase influye mucho la disección que se haya escogido.
- Fase de juego. Los alumnos se intercambian los cubos y han de conseguir en primer lugar el cubo $3 \times 3 \times 3$ y luego las figuras propuestas por sus compañeros.
- Fase de trabajo matemático. Una vez familiarizados con las distintas disecciones del cubo se pueden realizar actividades matemáticas como las siguientes:
 - ¿Cuántos monocubos, dicubos, tricubos, tetracubos,... distintos hay?
 - Tomando como unidad la del lado de los cubitos base, calcular el área y el volumen de cada uno de los policubos que forman el cubo elaborado por el alumno.
 - Tomando como unidad el cubo $3 \times 3 \times 3$, ¿qué fracción del total representan cada uno de los policubos?
 - ... Y muchas otras cuyo desarrollo excede del espacio de esta sección sobre juegos y que merecen un tratamiento específico.

Este proyecto puede plantearse como una actividad interdisciplinar entre las áreas de Educación Plástica y Visual, Tecnología y Matemáticas.

Existen actividades a mitad de camino entre utilizar una disección ya existente y crear una nueva, por ejemplo utilizar los pentacubos planos que antes hemos comentado que permitían construir poliedros. Se le da a los alumnos un dicubo y los doce pentacubos, y han de elegir cinco piezas para que junto al dicubo puedan formar un cubo de lado tres. Para ello primero tienen que descartar los que no pueden entrar a formar parte de ese cubo y después seleccionar, entre los que quedan, las piezas que son encajables.

REFERENCIAS:

- CORBALÁN YUSTE, F. (1994): *Juegos matemáticos para Secundaria y Bachillerato*, Ed. Síntesis, Madrid.
- FERNÁNDEZ-ALISEDA, A.; HANS, J.A.; MUÑOZ, J.; BLANCO, J y ALDANA, J. (2000): "*Bricolaje matemático: una alternativa en la búsqueda de recursos didácticos*", Epsilon, nº 46-47, Sevilla, pp. 61-70.