ABC, 28 de Marzo de 2017
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

Los estudios del último Premio Abel tienen importantes aplicaciones en la vida cotidiana, como la prevención de terremotos o tumores

Hace unos días, los medios de comunicación se hicieron eco de la concesión del Premio Abel de las matemáticas a Yves Meyer por su papel en el desarrollo de la **teoría de las ondículas**. Tratemos de describir en qué consiste esta teoría.

El **premio Abel** se considera uno de los mayores galardones en matemáticas. La Academia Noruega de Ciencias y Letras lo creó en 2002, bicentenario del nacimiento del matemático noruego **Niels Henrik Abel**, tratando de rellenar el vacío dejado hacia esta disciplina por los premios **Nobel**. Aunque la idea ya se planteó en 1897, no cristalizó hasta 2002. Desde entonces se concede anualmente en marzo, tras una selección entre cinco candidatos, siendo la entrega oficial en el mes de mayo. Evidentemente la elección del nombre no es casual: Abel era noruego, padeció una existencia bastante aciaga (murió de tuberculosis, en la pobreza, con sólo 27 años), y lo fundamental, realizó descubrimientos matemáticos trascendentes en álgebra y teoría de funciones. Seguramente recordemos el adjetivo abeliano para designar aquellas estructuras que cumplen la propiedad conmutativa, utilizado en su memoria.

Ondículas, wavelets, ondelettes

Son las denominaciones en español, inglés y francés, respectivamente, del mismo concepto. Conviene aclararlo porque el término castellano aún no resulta tan familiar como el anglosajón, y muchos lo manejan con esta expresión. Los pioneros en el trabajo de este concepto fueron los franceses **Jean Morlet, Alex Grossmann** y la belga **Ingrid Daubechies,** quienes las bautizaron como ondelettes.

Para tratar de comprender con pocas palabras la noción, necesitamos partir de un marco general. La evolución de cualquier fenómeno de la Naturaleza o del comportamiento humano, cualquier proceso, puede ser descrito matemáticamente mediante funciones. Las funciones son esas gráficas que en el instituto nos enseñaron representadas en unos ejes de coordenadas, x e y. Hay funciones muy sencillas (las funciones elementales, como las rectas, parábolas, las trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, etc., que todos recordaremos), que describen situaciones también sencillas (como tirar al aire una piedra: el efecto de la gravedad en ausencia de otras fuerzas, hace que describa una parábola).

Pero la realidad, en general, es más complicada. En particular, hay fenómenos descritos por ondas, algunos tan complejos que a día de hoy no se conoce exactamente cómo evolucionan (los **fluidos**, por ejemplo; dedicaremos pronto un artículo en esta sección a las **ecuaciones de Navier-Stokes**, uno de los problemas del milenio). En el siglo XIX, **Joseph Fourier** demostró que muchas funciones complicadas pueden describirse superponiendo únicamente funciones seno y coseno, funciones trigonométricas. Lo logra mediante una serie convergente (una suma de infinitos sumandos cuya suma es precisamente la función de partida). A partir de ahí se desarrollan herramientas matemáticas que profundizan en el comportamiento de estas series (las transformadas de Fourier, la transformada discreta del coseno, etc., cada una adecuada a un tipo de estudio concreto).

Las **wavelets** siguen esa idea de descomponer datos o funciones en diferentes componentes, pero a diferencia de las descritas por Fourier, prestan su atención en zonas de las funciones con comportamientos más "anómalos", como discontinuidades o zonas de variación acusada (si la función describe un movimiento sísmico, por ejemplo, o un comportamiento anómalo de una célula en una determinada zona, ese análisis podría detectar, y por tanto prevenir, un **terremoto** en ciernes o un **tumor**, respectivamente), o para funciones no periódicas.

Por eso en las ondículas es muy importante la **escala** y la **resolución**. Si observamos el ejemplo de arriba, vemos la wavelet en color rojo, al lado de una función de escala, la de color azul. Por usar una analogía, es como ver el bosque desde una carretera, o acercarnos a examinar un árbol, o los detalles de las ramas de uno de ellos. Las ondículas nos "acercan" a la función global donde deseemos y a la escala que necesitemos. Y como en el caso de Fourier, se han desarrollado herramientas propias, como la **Transformada Ondícula Continua** (TOC; útil en el **análisis de señales**, y por tanto para aplicaciones de la Física) y la **Transformada Ondícula Discreta** (TOD; para la codificación de señales, y más utilizada en Ingeniería e Informática).

Aplicaciones

Aunque ya se han mencionado algunas, el campo de aplicación es muy amplio: desde dinámica molecular, astrofísica, la geofísica de los movimientos sísmicos, la óptica, el estudio de las turbulencias y la mecánica cuántica, al procesamiento digital de imágenes (el estándar JPEG2000, por ejemplo, con más compresión de las imágenes y ahorro por tanto de memoria), los análisis de sangre, el análisis de electrocardiogramas, el estudio del ADN, el análisis de proteínas, la meteorología, el reconocimiento de voz, la biometría o el procesamiento de las señales de onda gravitatoria a partir de las colisiones de los agujeros negros.

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)