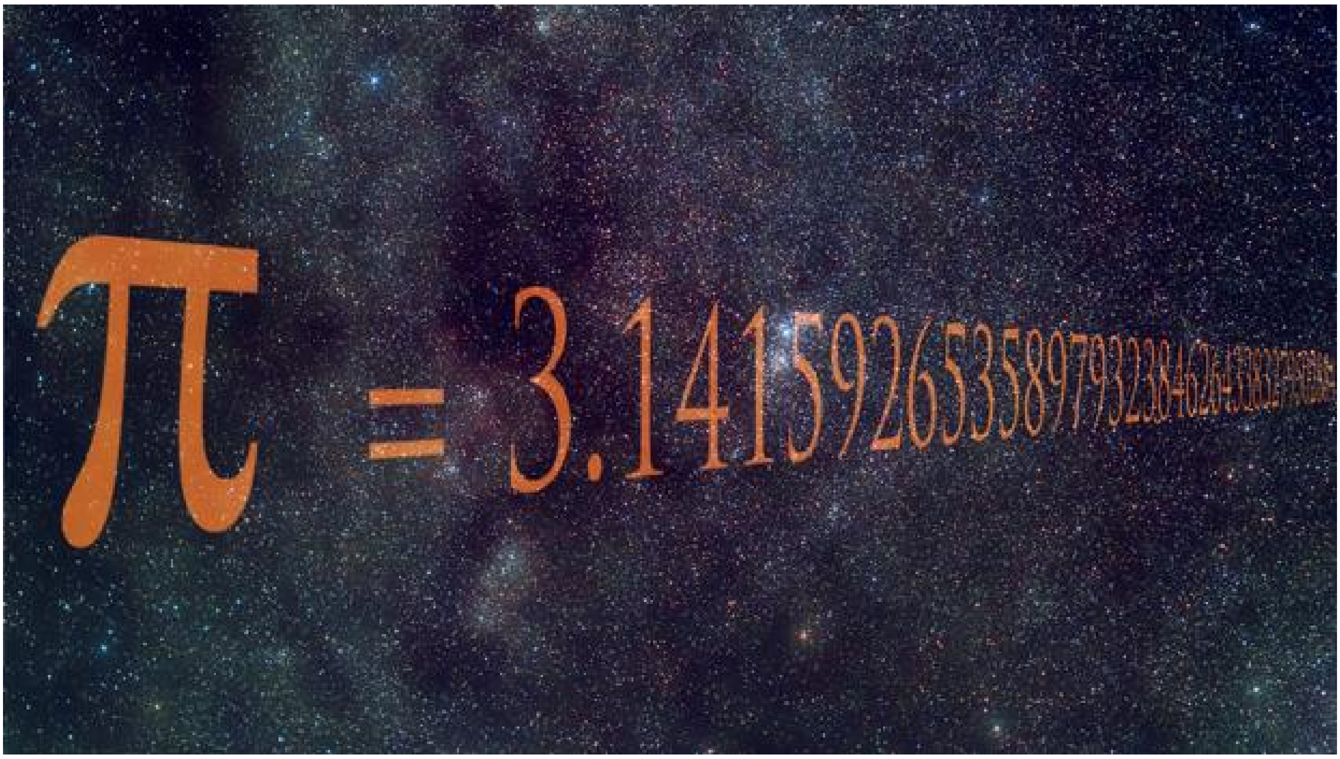
ABC, 14 de Marzo de 2019
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

El 14 de marzo se celebra el día de esta constante trascendente que está en todas partes



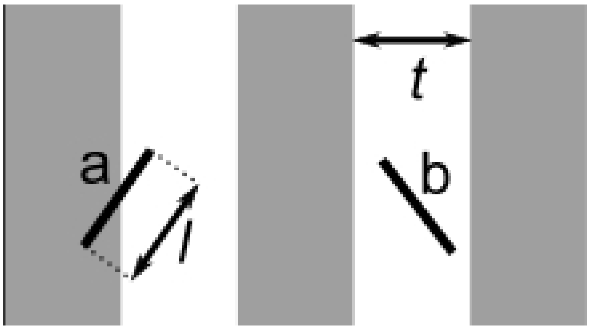
El número Pi - Adobe Stock

Otro año más llegamos al **14 de marzo**. Quien le iba a decir al bueno de **Larry Shaw** (físico, artista y gestor de museos y exposiciones, fallecido en 2017) que aquella ocurrencia que tuvo en 1988 de relacionar los primeros dígitos de
π
con este día mientras trabajaba para el Exploratorium de San Francisco, iba a crecer a lo largo de todo el mundo de esta manera. En un principio simplemente tuvieron una mini-celebración entre el personal del centro, comiendo algunas tartas (pie, en inglés se pronuncia igual que π).

Al año siguiente, extendieron la fiesta a todos los visitantes, y dada su aceptación, a todos los años desde entonces, incluso cuando el museo estuvo cerrado durante su mudanza. Por cierto, el Exploratorium está considerado uno de los museos de ciencia más importantes del mundo, pionero en la filosofía actual de la mayor parte de los actuales, de experimentar, observar y divertirse. En pocas palabras aprender ciencia y tecnología de un modo informal pero participativo.

La idea se extendió a lo largo del país (el congreso norteamericano declaró oficialmente en 2009 este día como **Día Internacional de π**) y del resto del mundo, con el objetivo más amplio de tratar de mostrar las matemáticas de un modo más accesible y divertido a partir de la excusa de que todo el mundo conoce la famosa constante ya que se introduce en los cursos más elementales de la enseñanza primaria en todo el mundo. En nuestro país, algunos profesores proponían por su cuenta diferentes actividades, hasta que hace tres años la RSME (Real Sociedad Matemática Española) y otras instituciones relacionadas con las matemáticas, decidieron sumarse a esta celebración proponiéndose montones de eventos (conferencias, concursos, y otras muchas propuestas en las que puede participarse de modo individual o por centros escolares). Paralelamente, blogs, páginas en internet, programas de radio y hasta la prensa escrita convencional han venido difundiendo aspectos relacionados con la historia, curiosidades, personajes relacionados con el número, resultados en donde aparece (que son legión), se han descrito referencias en películas y series de televisión, se han compuesto canciones, se han compuesto poemas, se han escrito relatos y hasta novelas, lo han utilizado en anuncios publicitarios, y, como no, pseudociencias y amantes de lo esotérico han tratado de sacar tajada también de esta universal popularidad. Y, en efecto, el numerito posee aspectos desconocidos, a los que, obviamente no se han asomado estos últimos porque entenderlos cuesta algo más que salir de noche con una grabadora a captar soniditos “extraños”.

Antes de nada, repasemos a modo de flash las características esenciales de π. Por definición es la relación entre la longitud de una circunferencia y su diámetro (de ahí la formula escolar L = π d, en nuestro país más difundida por L = 2πr; la razón, no lo sé con seguridad, supongo que reside en que el área del círculo es A = π r^2, y parece más lógico referir ambas fórmulas a una misma magnitud, el radio, y no una al diámetro y otra al radio). Siendo por tanto una característica relacionada con figuras con curvatura, parece lógico que π esté presente en figuras como la elipse, la cicloide, o sólidos como el cono, el cilindro, la esfera, en definitiva, todo aquello que involucre de algún modo a circunferencias y círculos. Asimismo, funciones trigonométricas (seno, coseno, tangente, etc.) en las que los ángulos se miden en radianes (un radián es la razón entre la longitud del arco que comprende una circunferencia y la longitud del radio; de nuevo aparece la circunferencia) también es lógico que incluyan a π. Cualquier fenómeno en el que aparezcan ondas (luz, sonido, calor, turbulencias, etc.) es descrito con funciones trigonométricas. Por tanto, la presencia en estos de π está garantizada. Hay por tanto pocas cosas en las que no esté esta constante. ¿Podemos pensar en alguna? ¿Quizá algo en los que sólo aparezcan líneas rectas o figuras sin curvatura alguna? Parece plausible.



En 1733 el **conde de Buffon** planteó un problema que consistía en determinar la probabilidad de que una aguja lanzada sobre un papel en el que haya dibujadas unas líneas paralelas separadas entre sí una distancia igual a la longitud de la aguja, cruce alguna de dichas líneas. En 1757 se resolvió y dicha probabilidad resultó ser igual a 2/π. Aparentemente parece extraña la presencia de π, pero cuando se trata de resolver, en seguida observamos que hay que cuantificar el ángulo que forma la aguja con las líneas dibujadas, y por tanto, hablando de ángulos, entendemos el porqué de la aparición de la constante. Sin embargo, y ahora que tenemos recientes dos entregas en esta sección sobre series numéricas infinitas, resulta que

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6}$$

¿No es extraño que la suma de las áreas de cuadrados de lados 1, ½, 1/3, …., 1/n, es decir la suma

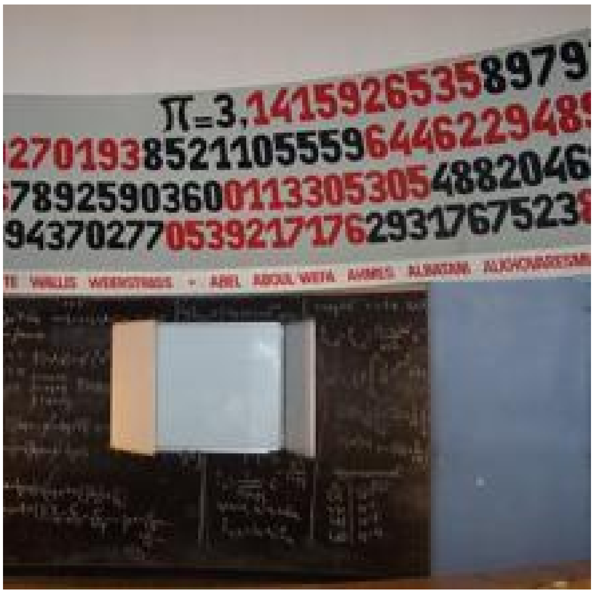
$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{n^2} + \ldots\ldots$$

tenga algo que ver con π? Pero no es un caso aislado. En 1605 John Wallis demostró que

$$\prod_{n=1}^{\infty} \frac{8n^2}{4n^2 - 1} = \pi$$

O la fórmula de **John Machin** publicada en 1706

$$\frac{\pi}{4} = 4\ arc\ tg(\frac{1}{5}) - arc\ tg(\frac{1}{239})$$

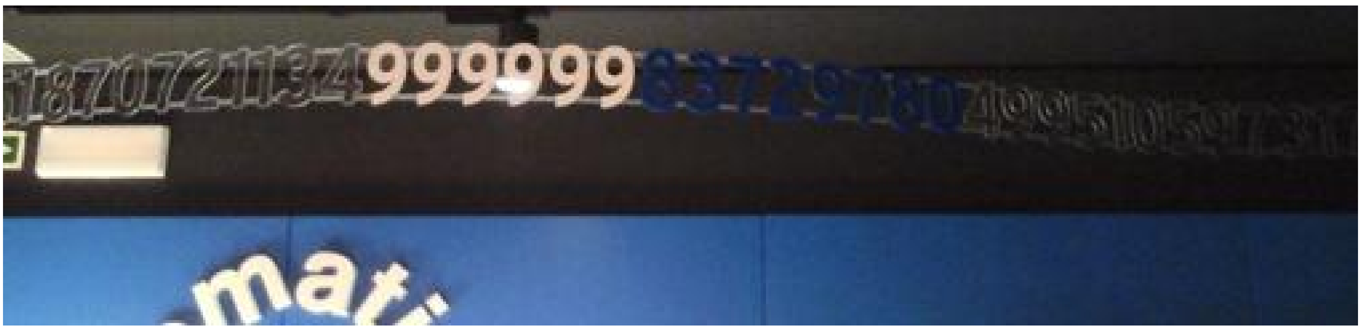


Dígitos de Pi en el Palacio del Descubrimiento

con la que William Shanks obtuvo en 1873, calculados manualmente, 704 decimales de π. Esos dígitos se colocaron en el **Palacio del Descubrimiento** (Palais de la Découverte) de París, hoy Museo de la Ciencia, y rebautizada la sala donde está como sala de Pi. En 1944 se descubrió, ayudados ya por calculadoras electrónicas, que sólo los 527 primeros dígitos son correctos. Como vemos en la imagen, se han pintado a dos colores, cambiando cada diez dígitos, para que sea más sencilla su visualización. Aprovechando que el πsuerga pasa cerca, en la recientemente inaugurada Sala de Matemáticas del

Museo de la Ciencia de Valladolid

, 850 cifras significativas de π van recorriendo toda la sala, escapando por el techo las últimas hacia el tejado para dar a entender que continúan hasta el infinito. También se han destacado en otro color algunos que configuran combinaciones curiosas como capicúas, números de teléfono de la ciudad, el punto Feynman (seis nueves seguidos en la posición 762; ver la imagen adjunta), entre otros.



Punto Feynman

Se han deducido muchas series infinitas cuya suma tiene relación con π. Entre las más enigmáticas se encuentran las del genial **Srinivasa Ramanujan**, que las dedujo, no se sabe cómo, pero funcionan (después se han verificado). Él argumentaba que una deidad hindú a la que era devota su familia se las dictaba en sueños. Se puede uno imaginar la cara que pondría el no menos genial **Godfrey Harold Hardy**, su anfitrión en Cambridge, ante tales afirmaciones (Hardy era ateo convencido y activista), y, sobre todo, cómo defenderlo ante la comunidad matemática del momento (una historia fascinante recogida en parte en la película **«El hombre que conocía el infinito»**). Juzguen ustedes:

$$\frac{1}{\pi} = \frac{\sqrt{8}}{9801} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(4n)!}{(n!)^4} \times \frac{26390n + 1103}{396^{4n}}$$

Esta expresión es la que utilizan muchos programas matemáticos para calcular decimales de π. Los matemáticos **Peter y Jonathan Borwein** han deducido un algoritmo iterativo más rápido (multiplica por cuatro, aproximadamente, los dígitos exactos de π en cada iteración) para hacerlo:

$$y_{k+1} = \frac{1 - (1 - y_k^4)^{1/4}}{1 + (1 - y_k^4)^{1/4}}$$
$$a_{k+1} = a_k(1 + y_{k+1})^4 - 2^{2k+3} y_{k+1}(1 + y_{k+1} + y_{k+1}^2)$$

con valores iniciales a_0 = 6 – 4 sqrt(2), y_0 = sqrt(2) – 1. Llenaríamos varias páginas con expresiones matemáticas cuyo resultado es un valor relacionado con π (más series infinitas, fracciones continuas, productos infinitos, límites de sucesiones, etc.).

El número π es **irracional**, y por tanto tiene infinitos decimales no periódicos, por mucho que, cada cierto tiempo, aparezca algún “iluminado” que dice haber encontrado una periodicidad en los decimales. Desde el siglo XVIII hay **una demostración matemática correcta, impecable, de su irracionalidad**. Las matemáticas son la única creación humana en la que, encontrada una prueba correctamente hecha de un resultado, nadie nunca jamás podrá rebatirla. Las ciencias experimentales son empíricas, están condicionadas a la experimentación, a descubrir nuevos hechos que pueden hacer cambiar los modelos (por ejemplo, comportamientos físicos nuevos en un objeto celeste en Astronomía, o un nuevo elemento químico, o se mejora la tecnología que permite detectar nuevos aspectos del cuerpo humano en Medicina, etc.). Con las Matemáticas nunca va a suceder nada de esto (puede haber modificaciones en cuanto a un nuevo enfoque, una nueva teoría, etc., pero los resultados ya demostrados, van a permanecer siempre así, con la certeza de su veracidad), porque es una disciplina racionalista, basada en las deducciones lógicas y metódicas.

También es empírica, porque gracias a la potencia de los nuevos ordenadores, podemos hacer cálculos cada vez más complejos que pueden ayudarnos a descubrir demostraciones que de otro modo resulten mucho más difíciles de elaborar. Pero este es un aspecto más secundario, porque al final, exigimos que haya una demostración formal y general.

El número π es además **trascendente**. Esto significa que no es solución de ninguna ecuación algebraica con coeficientes racionales. Hay números irracionales que no son trascendentes, como por ejemplo la raíz cuadrada de 2.

El epitafio de Ferdinand von Lindemann

Tiene infinitos decimales no periódicos también, pero es solución de la ecuación x^2 = 2. Por eso no es trascendente. En cambio, para π no existe ninguna ecuación cuya solución sea él. Si alguien piensa en la ecuación $x - \pi = 0$, no sirve, porque sus coeficientes no son todos números racionales. Este resultado lo probó en 1882 el matemático **Ferdinand von Lindemann** . En su epitafio (no es el único, hay bastantes) decidió incluir a π, como vemos en la imagen.

Algunos artículos y libros de divulgación y curiosidades matemáticas han especulado con la idea de que cualquier frase, fecha, libro, escrito o por escribir, se encuentra en π, porque como contiene infinitos dígitos, asignando a cada cifra una letra, por ejemplo, de acuerdo a su posición en el alfabeto (es decir, 1 = A, 2 = B, etc.), existirá alguna posición a partir de la cual se reproduzca todo textualmente. Dicho de otro modo, **¿todo está en π?** Introduzcamos para ello un concepto nuevo, el de **número normal** .

Un número normal es un número en el que todos sus dígitos están uniformemente distribuidos, es decir, todos los números de una cifra aparecen con la misma frecuencia, todas las parejas de dos cifras aparecen también con igual frecuencia, e igualmente con los de tres cifras, los de cuatro, etc. Y en cualquier base de numeración. En un número normal con infinitos decimales podremos por tanto encontrar cualquier secuencia finita de números, de cualquier longitud. Es decir, podríamos encontrar cualquier palabra, cualquier dato numérico: el día de tu cumpleaños, el de tu muerte, el nombre de tus futuros hijos, y ¿cualquier libro escrito o por escribir? Aunque teóricamente nada nos induce a pensar lo contrario, es poco probable, dado que, a partir de los millones de d**ígitos ya conocidos, se observa que hay** no hay estructura en la información, o sea que hay muchos dígitos que no representan nada, y nada indica que eso tenga que cambiar.

Lo que sí podemos, porque somos curiosos, es experimentar un poco. Tomemos los primeros 1200 decimales de π. ¿Con que frecuencia aparecen (en base diez)? No tenemos más que copiar los dígitos en un procesador de textos (en internet podemos encontraraplicaciones que nos dan miles de cifras de π sin dificultad), y utilizar la herramienta que tenga para contar el número de ceros, unos, etc. A mí me salen estos datos:

Digito	Número de apariciones	Porcentaje
0	112	9.32%
1	137	11.41%
2	123	10.24%
3	123	10.24%
4	107	8.91%
5	124	10.32%
6	108	9%
7	114	9.49%
8	124	10.32%
9	129	10.74%
	1201	99.99%

Matemática Española (RSME) [illegible] Real Sociedad