ABC, 2 de Noviembre de 2020
CIENCIA - El ABCdario de las matemáticas
Alfonso Jesús Población Sáez

Son números enteros que puedan expresarse con los dígitos con los que están formados utilizando las operaciones aritméticas básicas

Entre las muchas citas que uno escucha sobre casi cualquier asunto (normalmente con el suficiente ingenio como para llamar la atención y alguna parte de verdad que redondeé la frase y nos haga reflexionar o, al menos, para que esbocemos una sonrisa) en alguna ocasión he leído u oído que **las matemáticas es la disciplina en la que las cosas o son útiles o son divertidas**. La construcción disyuntiva de la sentencia implica que no pueden darnos algo útil y a la vez divertido (algo que no comparto, pero de esto podemos hablar otro día). Hoy voy a contarles algo entretenido, más que divertido, y por ahora, completamente inútil (de modo que los aficionados al *estoparaquésirve*, vayan pensando otra pregunta más original): los **números de Friedman**.

Se han bautizado con ese nombre a aquellos números enteros que puedan expresarse con los dígitos con los que están formados utilizando las operaciones aritméticas básicas (suma, resta, multiplicación y división) junto a las potencias y los paréntesis. Por ejemplo:

$$127 = -1 + 2^7$$

$$1285 = (1 + 2^8) \times 5$$

$$14641 = (1 + 4 + 6)^4 \times 1$$

que

$$121 = 11^2$$

$$1022 = 2^{10} - 2$$

$$012523 = 12520 + 3$$
$$0012523 = 12500 + 23$$
$$00012523 = 12000 + 523$$

[illegible]

$$n \cdot 10^{60} + 161051 = n \cdot 10^{60} + (10 + 1 - 0)^5 + 0 + 0 + \ldots$$

[illegible]

1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 161 051

[illegible]

$$1111111 = (1 + 1)^{111} - 1 \text{ x } 1$$

[illegible]

$$1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

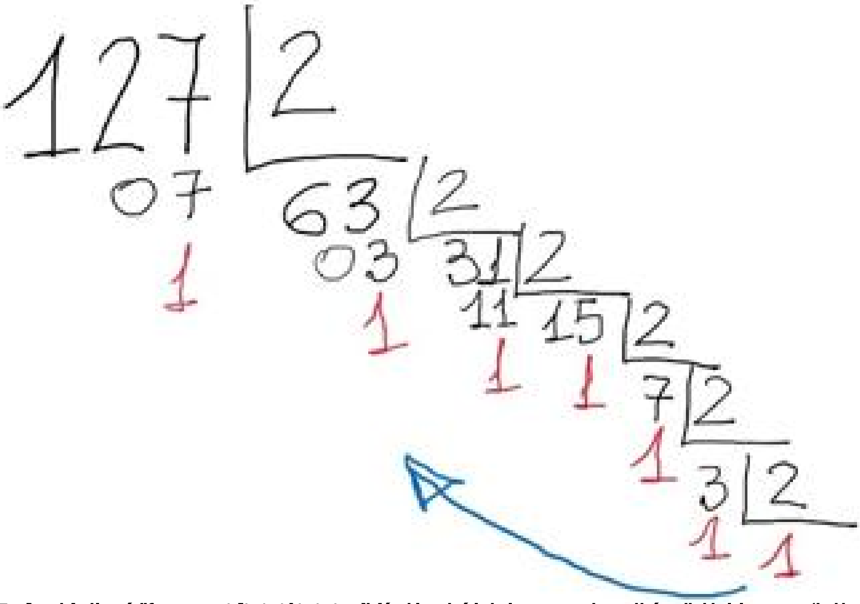
[illegible]

$$(1 + 1)^{111} = 10^{111} = 10\ 000\ 000$$

[illegible]

$$10\ 000\ 000 = 1 \cdot 2^8 + 0 \cdot 2^7 + 0 \cdot 2^6 + \ldots\ 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0$$

[illegible]



[illegible]

$$1111111 = (1 + 1)^{111} - 1 \times 1$$

Si repasan el inicio de esta reseña, resulta que, en decimal:

$$127 = -1 + 2^7$$

[illegible]

$$10752 = 896 \times 4 \times 3$$

De éstos, de momento, se sabe menos. El más grande encontrado hasta ahora es:

$$592710 = 84^3 + 6$$

Si los Romanos levantaran la cabeza

Friedman también se planteó la idea de si utilizando notación de números romanos, podrían componerse números de Friedman (como ven no sólo los Romanos están locos que diría Obélix; por cierto, no me resisto a contarles, a lo mejor ya lo saben que, esa frase, en italiano es ***Sono Pazzi Questi Romani,*** cuyas iniciales componen **SPQR**, que ya sabrán que es. Goscinny nunca dejará de sorprendernos).

La sorpresa es que **todos los números romanos con más de una letra son números de Friedman** . Y para ello basta con sumas, ocasionalmente alguna resta, y el re-orden adecuado. ¿Quieren probar?

$$XVIII = XI + VII$$
$$XIX = XX - I$$

Pero todos ellos son demasiado triviales (a la altura precisamente de los Romanos ideados por Goscinny). Por eso los aficionados a estos pasatiempos, buscan expresiones lo más complejas posibles, con productos, divisiones, exponenciaciones, mejor que simples sumas y restas. Por ejemplo, el anterior XVIII prefieren describirlo como:

$$XVIII = X + (IV \cdot II)$$
$$CCXXVII = CC + IX\,(X/V + I)$$

Ninguno de los propuestos es número romano de Friedman simpático. ¿No los hay? Pues sí, si los hay. A ver si encuentran alguno.

Les dejo como curiosidad, para terminar por hoy, el único número de Friedman simpático que contiene todos los dígitos, salvo el cero, que se conoce. (Anímense a ver si encuentran otro).

$$268435179 = -268 + 4^{3 \times 5 - 1^{\wedge}7} - 9$$

Alfonso J. Población Sáez es profesor de la Universidad de Valladolid y miembro de la Comisión de divulgación de la RSME.

El ABCDARIO DE LAS MATEMÁTICAS es una sección que surge de la colaboración con la Comisión de Divulgación de la Real Sociedad Matemática Española (RSME)